

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1981)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

we need only show that, if $\sigma \in H^0(X, \mathcal{L})$ is such that $\zeta(\sigma \otimes \gamma) = 0$ for all $\gamma \in H^1(X, K \otimes \mathcal{L}^{-1})$, then $\sigma \equiv 0$. Now choose any $P \in X$, and a coordinate neighbourhood (U, z) of P centred at P such that $\mathcal{L}|_U \approx \mathcal{O}_U$. Then the covering $\mathfrak{U} = \{U, X - P\}$ is a Leray covering for \mathcal{L}, K and $K \otimes \mathcal{L}^{-1}$ ((3.7)). The $z^n dz, n \in \mathbf{Z}$, can all be regarded as elements of $Z^1(\mathfrak{U}, K \otimes \mathcal{L}^{-1})$; let γ_n denote their images in $H^1(X, K \otimes \mathcal{L}^{-1})$. Then clearly $\rho(\sigma \otimes \gamma_n) = 0$ for all n implies that all the coefficients of the Taylor expansion of σ at P with respect to vanish, hence $\sigma \equiv 0$, q.e.d.

(5.9) SERRE DUALITY FOR VECTOR BUNDLES. *For any vector bundle \mathcal{V} on X , let $\mathcal{V}^* = \text{Hom } \mathcal{O}_X(\mathcal{V}, \mathcal{O}_X)$. Then the natural pairing*

$$\zeta : H^0(X, \mathcal{V}) \times H^1(X, K \otimes \mathcal{V}^*) \rightarrow H^1(X, K) \xrightarrow{\text{res}} \mathbf{C}$$

is non-degenerate.

Proof: Arguing as in the proof of (5.8) we see that the map $H^0(X, \mathcal{V}) \rightarrow (H^1(X, K \otimes \mathcal{V}^*))^*$ induced by ζ is injective, hence $h^0(X, \mathcal{V}) \leq h^1(X, K \otimes \mathcal{V}^*)$. Replacing \mathcal{V} by $K \otimes \mathcal{V}^*$, we also get $h^0(K \otimes \mathcal{V}^*) \leq h^1(\mathcal{V})$. But, by induction on rank \mathcal{V} , we easily deduce from (5.3) that $\chi(K \otimes \mathcal{V}^*) = -\chi(\mathcal{V})$, hence $h^0(X, \mathcal{V}) = h^1(X, K \otimes \mathcal{V}^*)$. Thus ζ is non-degenerate as before.

REFERENCES

- [1] GRAUERT, H. and R. REMMERT. *Theory of Stein Spaces*. Springer-Verlag, 1979.
- [2] GUNNING, R. C. *Lectures on Riemann surfaces*. Princeton University Press.
- [3] GUNNING, R. C. and H. ROSSI. *Analytic Functions of Several Complex Variables*. Prentice Hall, 1965.
- [4] MUMFORD, D. *Algebraic Geometry I: Complex Projective Varieties*. Springer-Verlag, 1976.
- [5] SERRE, J.-P. *Groupes Algébriques et Corps de Classes*. Hermann, 1959.

(Reçu le 10 juillet 1980)

R. R. Simha

School of Mathematics
Tata Institute of Fundamental Research
Bombay 400 005
India