4. Une généralisation du théorème 2.5

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1980)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

4. Une généralisation du théorème 2.5

Soit $\zeta \in \partial U$: on dit que ζ est un point simple si pour toute suite (z_n) dans U tendant vers ζ, il existe un chemin dans U passant par les points z_n et se terminant en ζ, sinon on dira que ζ est un point non simple. Un sous-ensemble de ∂U est de mesure nulle s'il est de mesure nulle pour la mesure harmonique sur ∂U d'un point de U.

4.1. Théorème. *Soit G un ouvert connexe borné de* $\mathbf{C}$. *Supposons que l'ensemble des points non simples de ∂U est de mesure nulle. Alors $P(G)$ est fermé dans $H^{\infty}(G)$.*

C'est bien une généralisation de 2.5, puisque si tous les points de $\partial U (= \partial G^*)$ sont simples, ∂U est une courbe de Jordan. ([8], 14.20.*a*)).

Preuve. Si le résultat est faux, alors comme dans la démonstration du théorème 1.3, il existe $y \in \partial \Delta$ et $r > 0$ tel que $\Delta(y, r) \cap O = \varnothing$ (où $O = \psi(G)$). Soit $T_1 = \Delta(y, r) \cap T$; on sait que $E = \varphi^*(T_1)$ est de mesure non nulle (cf. par exemple [2], p. 350). Soit $e = \varphi^*(t)$ avec $t \in T_1$ et supposons que e soit un point simple; puisque $\partial G \supset \partial G^* = \partial U$ il existe une suite (z_n) dans G tendant vers e; soit γ un chemin dans U passant par les points z_n et se terminant en e; d'après le lemme 3.1. $\lim\limits_{\gamma \ni z \to e} \psi(z) = t$, ce qui est absurde.

Références

[1] Brown, L., A. Shields and K. Zeller. On absolutely convergent exponential sums. *Trans. Amer. Math. Soc. 96* (1960), pp. 162-183.

[2] Davie, A. M. Dirichlet algebras of analytic functions. *J. Functional Analysis 6* (1970), pp. 348-356.

[3] —— Bounded limits of analytic functions. *Proc. Amer. Math. Soc. 32*, n° 1 (1972), pp. 127-133.

[4] Duren, P. L. *Theory of H^p spaces.* Academic Press, 1970.

[5] Gamelin, T. W. *Uniform algebras.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, V.S., 1969.

[6] Nevanlinna, R. and V. Paatero. *Introduction to complex analysis.* Addison Wesley Publishing Company, 1969.

[7] Rubel, L. and A. Shields. Bounded approximation by polynomials. *Acta Math. 112* (1964), pp. 145-162.

[8] Rudin, W. *Real and complex analysis.* McGraw Hill, New York, 1966.

(Reçu le 4 septembre 1979)

Michel Savoyant

UER de Mathématiques
place Eugène-Bataillon
F-34060 Montpellier Cedex