

# SUMMARY

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1978)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# A SIMPLE PROOF OF THE MAIN THEOREM OF ELIMINATION THEORY IN ALGEBRAIC GEOMETRY

by P. CARTIER and J. TATE

## SUMMARY

The purpose of this note is to provide a simple proof (which we believe to be new) for the weak zero theorem in the case of homogeneous polynomials. From this theorem and Nakayama's lemma, we deduce easily the main theorem of elimination theory. Our version of elimination theory is given in very general terms allowing a straightforward translation into the language of schemes. Our proofs are highly non constructive—the price we pay for simplicity and elegance.

We thank N. Bourbaki for numerous lively discussions about the subject matter of this note.

### 1. HILBERT'S ZERO THEOREM: A PARTICULAR CASE

We denote by  $k$  a field and  $K$  an algebraically closed extension of  $k$ . The statement of Hilbert's zero theorem, in its weak form for homogeneous polynomials, reads as follows:

**THEOREM A.** *Let  $n$  be a nonnegative integer and  $J$  an ideal in the polynomial ring  $k[X_0, X_1, \dots, X_n]$  generated by homogeneous polynomials. One has the following dichotomy:*

- a) *Either there exists a nonnegative integer  $d_0$  such that  $J$  contains every homogeneous polynomial of degree  $d \geq d_0$ ;*
- b) *or there exists a nonzero vector  $\xi = (\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n)$  with coordinates from  $K$  such that  $P(\xi) = 0$  holds for any polynomial  $P$  in  $J$ .*

We begin by reformulating the previous theorem. It is immediate that properties a) and b) are mutually exclusive. For any nonnegative integer  $d$ , let  $S_d$  be the vector space (over  $k$ ) consisting of the polynomials in the ring  $S = k[X_0, X_1, \dots, X_n]$  which are homogeneous of degree  $d$ . Then