

# Résumé

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# SOMMES DE CARRÉS D'ENTRIERS D'UN CORPS $p$ -ADIQUE

par Claude MOSER

## RÉSUMÉ

On se propose de présenter, dans cet article, une étude aussi complète et élémentaire que possible de l'anneau formé par les entiers d'un corps  $p$ -adique qui sont sommes de carrés d'entiers. Après avoir donné des résultats généraux sur cet anneau, on recherche pour tout  $n \geq 1$  quels sont les entiers qui sont sommes de  $n$  carrés d'entiers, et si un entier est somme de  $n$  carrés, on cherche à le représenter comme tel.

## 1. INTRODUCTION

Le premier intérêt de ce travail est de constituer une étape préliminaire pour l'étude des sommes de carrés d'entiers d'un corps de nombres: on sait qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'un élément totalement positif  $a$  d'un corps de nombres  $K$  soit somme de  $n$  carrés dans  $K$ , est que  $a$  soit somme de  $n$  carrés dans chaque complété  $p$ -adique de  $K$ ; c'est là une application directe du principe de Hasse [1], [4]. Ce principe n'est plus applicable en général lorsqu'il s'agit de représenter un entier comme somme de carrés d'entiers. Il n'en demeure pas moins qu'une condition nécessaire pour qu'un entier  $a$  d'un corps de nombres  $K$  soit somme de  $n$  carrés d'entiers de  $K$ , est évidemment que  $a$  soit somme de  $n$  carrés d'entiers dans chaque complété  $p$ -adique de  $K$ . Signalons d'ailleurs que la condition est suffisante pour  $n = 4$  si le discriminant de  $K/\mathbb{Q}$  est impair, cf. [5].

Le second intérêt réside dans le caractère élémentaire de la démarche utilisée: si on peut considérer, en écho aux méthodes générales de C. Riehm sur la représentation d'une forme quadratique par une autre [6], que notre problème est un cas particulier de celui de la représentation entière d'une forme du type  $aX^2$  par une forme  $X_1^2 + \dots + X_n^2$ , la recherche explicite d'une telle représentation utilise en fait les calculs que nous faisons.

On conçoit que l'essentiel des difficultés réside dans le comportement des corps dyadiques, c'est-à-dire les extensions finies de  $\mathbb{Q}_2$ , et que les résul