5. Fibrés en droites et feuilletages du plan

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **18 (1972)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

5. Fibrés en droites et feuilletages du plan

On a vu que la donnée d'un fibré en droites $\eta : E \xrightarrow{p} X$ sur X est équivalente à celle d'un feuilletage $\mathscr{F}$ du plan ayant pour espace des feuilles une variété qui peut être identifiée à X.

La réduction du groupe structural de η au sous-groupe G^+ correspond alors au choix d'une orientation de $\mathscr{F}$. Et, ceci fait, le choix d'un ordre sur X correspond à celui d'une orientation du plan.

On peut distinguer quatre types de conjugaisons pour les feuilletages orientés du plan orienté:

a) conjugaison des feuilletages non orientés;

b) conjugaison des feuilletages non orientés par un homéomorphisme conservant l'orientation du plan;

c) conjugaison des feuilletages orientés;

d) conjugaison des feuilletages orientés par un homéomorphisme conservant l'orientation du plan.

Soient alors $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ deux feuilletages (orientés) du plan (orienté). Si $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont conjugués on peut supposer que leurs espaces des feuilles sont identiques, et qu'il existe un isomorphisme (F,f) du fibré $\eta : \mathbf{R}^2 \xrightarrow{p} X$ associé à $\mathscr{F}$ sur le fibré $\eta' : \mathbf{R}^2 \xrightarrow{p'} X$ associé à $\mathscr{F}'$.

Dans ces conditions les différentes notions de conjugaisons des feuilletages s'interprètent en termes d'isomorphismes de fibrés en droites au moyen des correspondances suivantes:

premier cas: $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ induisent le même ordre sur X

a) (F,f) est un isomorphisme pour le groupe G;

b) (F,f) est un isomorphisme pour le groupe G, et f est croissant si (F,f) est un isomorphisme pour le groupe G^+, décroissant sinon;

c) (F,f) est un isomorphisme pour le groupe G^+;

d) (F,f) est un isomorphisme pour le groupe G^+ et f est croissant.

deuxième cas: $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ induisent des ordres opposés sur X

les conclusions sont les mêmes.