

# Introduction

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1970)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# SUR UNE GÉNÉRALISATION DES SYMBOLES DE LEGENDRE-JACOBI

par P. CARTIER (Strasbourg)

## INTRODUCTION

Un théorème assez peu connu (Zolotareff, Frobenius) donne une interprétation des symboles de Legendre-Jacobi au moyen de la signature de permutations convenables. Cette interprétation suggère une généralisation de ces symboles, à laquelle nous consacrons dans ces pages une étude élémentaire. Les propriétés des symboles généralisés redonnent facilement les principaux résultats classiques de Legendre, Gauss et Jacobi et nous permettront d'étendre le théorème de Zolotareff-Frobenius au cas des corps de nombres algébriques. On peut utiliser les résultats de cette Note pour donner un exposé rapide des propriétés des symboles de Legendre-Jacobi, exposé qui différerait très peu de celui de Frobenius dans [2].

## PREMIÈRE PARTIE

### LA LOI DE RÉCIPROCITÉ QUADRATIQUE ET LE LEMME DE GAUSS-SCHERING

#### 1. *Résumé des résultats classiques* (Legendre, Gauss, Jacobi).

Soient  $a$  et  $b$  deux entiers, avec  $b > 0$ . On dit que  $a$  est *reste quadratique modulo*  $b$  s'il existe deux entiers  $x$  et  $y$  tels que  $x^2 = a + by$ , autrement dit, si la classe de  $a$  est un carré dans l'anneau des entiers modulo  $b$ . Gauss note  $a R b$  cette relation et  $a N b$  sa négation. Soient  $p$  et  $q$  deux nombres premiers, distincts de 2 et distincts entre eux. La loi de réciprocité quadratique, conjecturée par Euler, démontrée partiellement par Legendre, et établie par Gauss en 1796, affirme qu'il n'y a que les quatre possibilités suivantes:

$$\left. \begin{array}{l} p R q \text{ et } q R p \\ p N q \text{ et } q N p \end{array} \right\} \text{ si } p \text{ ou } q \text{ est congru à } 1 \text{ modulo } 4,$$
$$\left. \begin{array}{l} p R q \text{ et } q N p \\ p N q \text{ et } q R p \end{array} \right\} \text{ si } p \text{ et } q \text{ sont congrus à } 3 \text{ modulo } 4.$$

Le symbole de Legendre  $\left(\frac{a}{p}\right)$  est défini pour un nombre premier  $p \neq 2$  et un entier  $a$  non divisible par  $p$ ; il vaut 1 ou  $-1$  selon que  $a$  est reste