Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1968)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Here $L(z-a)$ is the Levi form of p at the point a. Now, since p is strongly plurisubharmonic, we can choose the coordinates so that $L(z-a) = |z-a|^2$. Then we see that if ζ is an eigenvector corresponding to an eigenvalue < 0 of the symmetric matrix of the real quadratic form Re $Q(z) + L(z)$, then $i\zeta$ is an eigenvector corresponding to an eigenvalue > 0. Hence the number of negative eigenvalues is $\leqslant d$, since the real dimension of X is $2d$. Thus the index of the critical point a is $\leqslant d$.

Now using Lemma 7.3 (b), we see that

$$H_r(U_\beta, \mathbf{Z}) = 0\,, \qquad (\forall r > d)\,.$$

From this it follows that

$$H_r(X, \mathbf{Z}) = 0\,, \qquad (\forall r > d)\,,$$

because the singular cycles defining the homology groups $H_r(X, \mathbf{Z})$ have compact supports, and any compact subset of X is contained in some compact set K with a corresponding $U_\beta \supset K$.

A refinement of the above argument leads to the stronger (homotopy) statement:

Any Stein manifold of (complex) dimension d has the same homotopy type as a CW complex of (real) dimension $\leqslant d$. (See [6]).

Moreover, the Lefschetz theorem has an analogue in homology and in homotopy [6]. The latter, for example, asserts that, if V, D are as in Th. 7.1, then the relative homotopy groups $\pi_q(V, D) = 0$ for $q < d$.

Th. 7.2 has been generalised in various directions. It has a relative analogue (relative to a Runge domain). Further, Th. 7.2 remains true if X is any Stein space (with singularities) of complex dimension d, but the corresponding cohomology statement is proved only for some other coefficient groups [5, 7]. Note that in view of the use of Poincaré duality, this does not lead to a Lefschetz theorem for algebraic varieties with singularities.

REFERENCES

[1] Andreotti, A. and Frankel, Theodore, The Lefschetz theorem on hyperplane sections. *Ann. of Math.* 69 (1959), 713-717.

[2] Grauert, H., Ueber Modifikationen und exzeptionelle analytische Mengen. *Math. Ann.* 146 (1962), 331-368.

[3] Grauert, H., and Remmert, R., Bilder und Urbilder analytischer Garben. *Ann. of Math.* 68 (1958), 393-443.

[4] Hörmander, L., *An introduction to complex anaylsis in several variables.* Van Nostrand, 1966.

[5] Kaup, L., Eine topologische Eigenschaft Steinscher Räume, *Göttinger Nachtrichten*, (1966) 213-224.
[6] Milnor, J., *Morse Theory*, Annals of math. Studies, no. 51.
[7] Narasimhan, R., On the homology groups of Stein spaces, *Inventiones Math.* 2 (1967), 377-385.
[8] de Rham, G., *Variétés différentiables*, Hermann, Paris, 1955.

(Reçu en mars 1968.)

Institut de Mathématiques
Université de Genève.