V. Autres résultats

engendre un idéal premier. Or, si f est un tel élément, on peut le supposer régulier en X_n (quitte à appliquer un automorphisme). Il suffit alors de prouver que le polynôme distingué associé engendre un idéal premier dans $k[\![X_1, ..., X_{n-1}]\!][X_n]$ ou $k\{\{X_1, ..., X_{n-1}\}\}[X_n]$ mais ceci est assuré par la factorialité de $k[\![X_1, ..., X_{n-1}]\!]$ ou $k\{\{X_1, ..., X_{n-1}\}\}$ et donc des anneaux de polynômes en X_n sur ceux-ci.

V. Autres résultats

D'autres points de comparaison sont possibles. Citons en quelques-uns:

Un idéal premier p de l'anneau $k\{\{X_1, ..., X_n\}\}$ *le reste dans son complété* $k[\![X_1, ..., X_n]\!]$ (k corps valué complet non discret). Nous ne le prouverons pas.

Il n'en est plus de même pour un idéal premier p de l'anneau $k[X_1, ..., X_n]$ en général. C'est ainsi que le polynôme $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)(X_1^2 + X_2^2)$ étant irréductible dans $k[X_1, X_2]$ engendre un idéal premier dans $k[X_1, X_2{}_{(X_1, X_2)}$. Mais, il se décompose dans l'anneau $k[\![X_1, X_2]\!]$ en $(X_1 + r(X_1, X_2))$ $(X_2 + s(X_1, X_2))$ où r et s sont des séries formelles d'ordre supérieur à 2 et il engendre donc un idéal qui n'est plus premier dans $k[\![X_1, X_2]\!]$ mais qui est intersection de deux idéaux premiers, correspondants aux deux branches formelles (ou analytiques) de la courbe algébrique d'équation $X_1 X_2 - (X_1 + X_2)(X_1^2 + X_2^2) = 0$ (« strophoïde »).

Une étude plus générale de ce genre de situation est faite par M. Nagata sous la rubrique: Weierstrassean Rings (Local Rings. Interscience Publishers; 1962).

Le problème correspondant dans $\mathscr{E}_n$ consiste à passer au quotient par l'idéal des germes de fonctions plates. Dans ce passage, un idéal premier donne un idéal premier du (complété) séparé.

On pourrait aussi étudier des théorèmes de cohérence du type théorème de cohérence d'Oka dans la catégorie des espaces analytiques.

Signalons pour finir *un joli résultat dû à A'Campo* (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 46, 1967, pp. 279-298) parmi d'autres résultats du même auteur.

On considère une n-suite $(M_{i_1 \cdots i_n})$ de nombres réels positifs et le sous-ensemble de $\mathbf{R}[\![X_1, ..., X_n]\!]$ des séries $\sum a_{i_1 \cdots i_n} X_1^{i_1} \ldots X_n^{i_n}$ pour lesquelles on peut trouver un nombre réel positif h tel que

$$| a_{i_1 \ldots i_n} < h^{i_1 + \ldots + i_n} M_{i_1 \ldots i_n}$$

Sous des hypothèses de convexité évidentes sur la n-suite, on obtient un sous-anneau. *La validité d'un théorème de préparation dans ce sous-anneau implique que l'anneau est l'anneau des séries convergentes*, correspondant au cas où $M_{i_1 \cdots i_n}$ est constant.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

MALGRANGE, B. *Le théorème de préparation en géométrie différentiable*, Séminaire Cartan, 15 (1962/1963), exposés 11, 12, 13, 22.

NAGATA, M. *Local Rings*. Interscience Publishers.

ZARISKI-SAMUEL. *Commutative Algebra II*. Van Nostrand.

(Reçu le 1er juin 1968)

J. P. Lafon
Faculté des Sciences de Toulouse