# V. Autres résultats

Objekttyp: Chapter

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band (Jahr): 13 (1967)

Heft 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

PDF erstellt am: 20.09.2024

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek* ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

engendre un idéal premier. Or, si f est un tel élément, on peut le supposer régulier en  $X_n$  (quitte à appliquer un automorphisme). Il suffit alors de prouver que le polynôme distingué associé engendre un idéal premier dans  $k [X_1, ..., X_{n-1}] [X_n]$  ou  $k \{\{X_1, ..., X_{n-1}\}\} [X_n]$  mais ceci est assuré par la factorialité de  $k [X_1, ..., X_{n-1}]$  ou  $k \{\{X_1, ..., X_{n-1}\}\}$  et donc des anneaux de polynômes en  $X_n$  sur ceux-ci.

## V. Autres résultats

D'autres points de comparaison sont possibles. Citons en quelques-uns: Un idéal premier p de l'anneau  $k \{\{X_1, ..., X_n\}\}$  le reste dans son complété  $k [X_1, ..., X_n]$  (k corps valué complet non discret). Nous ne le prouverons pas.

Il n'en est plus de même pour un idéal premier p de l'anneau  $k [X_1, ..., X_n]$  en général. C'est ainsi que le polynôme  $X_1 X_2 - (X_1 + X_2) (X_1^2 + X_2^2)$  étant irréductible dans  $k[X_1, X_2]$  engendre un idéal premier dans  $k [X_1, X_{2(X_1, X_2)}]$ . Mais, il se décompose dans l'anneau  $k [X_1, X_2]$  en  $(X_1 + r(X_1, X_2)) (X_2 + s(X_1, X_2))$  où r et s sont des séries formelles d'ordre supérieur à 2 et il engendre donc un idéal qui n'est plus premier dans  $k [X_1, X_2]$  mais qui est intersection de deux idéaux premiers, correspondants aux deux branches formelles (ou analytiques) de la courbe algébrique d'équation  $X_1 X_2 - (X_1 + X_2) (X_1^2 + X_2^2) = 0$  (« strophoïde »).

Une étude plus générale de ce genre de situation est faite par M. Nagata sous la rubrique: Weierstrassean Rings (Local Rings. Interscience Publishers; 1962).

Le problème correspondant dans  $\mathcal{E}_n$  consiste à passer au quotient par l'idéal des germes de fonctions plates. Dans ce passage, un idéal premier donne un idéal premier du (complété) séparé.

On pourrait aussi étudier des théorèmes de cohérence du type théorème de cohérence d'Oka dans la catégorie des espaces analytiques.

Signalons pour finir un joli résultat dû à A'Campo (Journal de Mathématiques pures et appliquées, 46, 1967, pp. 279-298) parmi d'autres résultats du même auteur.

On considère une *n*-suite  $(M_{i_1\cdots i_n})$  de nombres réels positifs et le sousensemble de  $\mathbb{R} \left[ X_1, ..., X_n \right]$  des séries  $\sum a_{i_1\cdots i_n} X_1^{i_1} \ldots X_n^{i_n}$  pour lesquelles on peut trouver un nombre réel positif h tel que

$$|a_{i_1...i_n}| < h^{i_1+...+i_n} M_{i_1...i_n}$$

Sous des hypothèses de convexité évidentes sur la n-suite, on obtient un sous-anneau. La validité d'un théorème de préparation dans ce sous-anneau implique que l'anneau est l'anneau des séries convergentes, correspondant au cas où  $M_{i_1\cdots i_n}$  est constant.

#### **BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE**

MALGRANGE, B. Le théorème de préparation en géométrie différentiable, Séminaire Cartan, 15 (1962/1963), exposés 11, 12, 13, 22.

NAGATA, M. Local Rings. Interscience Publishers.

ZARISKI-SAMUEL. Commutative Algebra II. Van Nostrand.

(Reçu le 1er juin 1968)

J. P. Lafon Faculté des Sciences de Toulouse