

# 3. Conditions favorables ou défavorables au développement de l'activité mathématique de l'élève

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Comme nous voyons, l'expression « l'activité mathématique de l'élève » peut être et est en réalité interprétée différemment dans un sens plus ou moins large ou plus ou moins vague. Elle peut être aussi analysée de points de vue très divers. L'essentiel reste néanmoins commun: la conviction exprimée dans tous les rapports que la tâche la plus importante de la pédagogie des mathématiques d'aujourd'hui c'est la concentration du processus de l'enseignement sur la participation consciente et créatrice de l'élève dans le sens le plus concret et le plus honnêtement interprété de ce terme, ce qui implique de même le développement continu et effectif de son activité mathématique multilatérale.

### 3. CONDITIONS FAVORABLES OU DÉFAVORABLES AU DÉVELOPPEMENT DE L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DE L'ÉLÈVE

Des réponses directes et plus détaillées à ces questions ont été données seulement par deux sous-commissions. Certaines remarques disséminées dans d'autres rapports ne complètent ces réponses que partiellement.

La première question concerne l'influence du contenu et de la construction du programme sur le développement de l'activité mathématique de l'élève.

En formulant ce problème dans mon questionnaire j'attendais une confrontation objective et concrète — faite de ce point de vue — des programmes modernes avec les programmes traditionnels. Malheureusement, cette question a été, dans la majorité des rapports, passée presque sous silence ou traitée très superficiellement.

Le rapport hongrois [16] constate que le contenu du programme n'a pas d'influence décisive sur le développement de l'activité mathématique des élèves. Ce qui est avant tout important — selon ce rapport — c'est la méthode. Le contenu traditionnel peut être et a été élaboré en classe d'une manière dogmatique ainsi que par des procédés activant la pensée mathématique des élèves.

Beaucoup d'exemples cités dans les rapports en tant qu'illustration des problèmes particulièrement favorables au développement de l'activité mathématique de l'élève, concernent justement des questions tout à fait traditionnelles.

D'autre part, les expériences récentes prouvent que, dans le programme moderne, le professeur trouve une base extrêmement riche pour l'activité

créatrice de l'enfant; néanmoins, il arrive encore souvent que ce programme est traité en classe d'une manière dogmatique, autoritaire, formelle.

Dans le dossier présenté par les sous-commissions de la CIEM nous trouvons une seule position concrètement documentée qui montre des perspectives ouvertes à l'activation de la pensée mathématique de l'élève par le contenu nouveau des programmes. Je pense aux compte-rendus détaillés des cycles de leçons de George Steiner [2, 3], basées sur des recherches mathématiques véritables faites par les élèves en classe, concernant des domaines d'idées mathématiques très abstraites, développées dans un esprit tout à fait moderne, et néanmoins procédant par des voies génétiques et inductives.

Ces perspectives sont soulignées fortement dans certains rapports. On met en évidence presque partout le rôle particulier de la vision et du langage ensemblistes, qui facilitent l'accès actif des élèves, même des plus jeunes, aux idées abstraites modernes. Mais, de l'autre côté, on exprime la crainte par exemple dans l'article de N. Fine de la sous-commission des Etats-Unis [7] que cette source riche en situations mathématiques potentiellement si intéressantes et instructives, ne se soit égarée trop facilement par des problèmes stériles, inutiles, banals.

Selon l'opinion de George Polya [12] c'est justement cette situation négative qu'on constate dans beaucoup de manuels dits modernes. Les manuels traditionnels étaient « surpeuplés » par les problèmes d'un seul schéma, c'est-à-dire par des problèmes dont la solution n'exigeait que l'application d'un seul schéma bien connu. Les manuels modernes — selon l'opinion de George Polya — se limitent aussi aux problèmes de routine mais d'un autre type, à savoir aux problèmes de terminologie. Les problèmes d'un seul schéma ainsi que les problèmes de terminologie peuvent être utiles et même nécessaires en ce qui concerne l'habileté et la connaissance mécanique, mais leur contribution ou développement de l'activité mathématique des élèves est minime. Beaucoup de notions modernes abstraites ne sont pour les élèves que des symboles et des termes, car elles ne sont pas assez profondément et largement enracinées dans leurs expériences personnelles et dans leurs intuitions. C'est pourquoi l'élève ne peut pas les appliquer dans des problèmes véritables. En conséquence, il est exercé dans la solution des problèmes plats de routine, dont la majorité concerne l'utilisation correcte du langage et qui ne méritent même pas d'être considérés comme problèmes mathématiques.

De ce point de vue on défend aussi dans certains rapports (anglais, américain) la géométrie comme un domaine très favorable à l'activité

multilatérale des élèves, orientée par ses expériences spatiales, donc pénétrée par des intuitions, et en même temps ordonnée par des rigueurs logiques. On souligne que les problèmes géométriques, même surannés ont un caractère spécifique, grâce évidemment à cette synthèse de l'intuition naturelle, de l'expérience spontanée, de la vision et du raisonnement. La géométrie peut être le domaine des essais de l'élève de différents types et à des niveaux divers. Ces recherches dans le monde géométrique peuvent être aussi naïves que raffinées, aussi concrètes, liées aux manipulations, que formelles. On peut donc se mouvoir librement à tout âge dans ce domaine, si facile à concrétiser par un modèle ou par un dessin.

La conscience de cette spécificité s'exprime par exemple dans le programme de Nuremberg qui conserve encore, dans l'enseignement des mathématiques au cours de la 5<sup>e</sup>, 6<sup>e</sup> et 7<sup>e</sup> année de la scolarité, des constructions géométriques classiques, éliminées en tant que bizarreries dans beaucoup de programmes modernes. Evidemment, ce bannissement a été justifié avant tout du point de vue de la méthodologie de la science même. Les constructions classiques n'étaient, dans le système axiomatique d'Euclide, que des démonstrations de théorèmes d'existence. Elles perdent ce sens avec le changement d'axiomatique de la géométrie et même dans la théorie logiquement équivalente à la théorie d'Euclide des problèmes de construction-clefs pour Euclide peuvent devenir des problèmes marginaux, artificiellement construits, des bizarreries véritables.

Aux idées d'Euclide se réfère la motivation présentée dans le rapport allemand. On y écrit expressément: « les constructions géométriques des triangles dans le style ancien, donc l'apprentissage dégénéré à la solution mécanique de certains problèmes, paralysent l'intérêt et l'activité des élèves. Mais si les constructions de base sont liées conceptuellement aux théorèmes de base, alors les propriétés des figures se révèlent aux élèves comme des implications inévitables de la traduction dans le langage conceptuel des opérations manuelles, effectuées avec le compas, la règle, etc. Cette méthode est appropriée à la tendance des élèves à agir concrètement. Pour cette raison et dans ce sens le programme de Nuremberg conserve encore les constructions de triangles » [1, p. 4].

La valeur pédagogique de cette confrontation de l'attitude opérative de l'élève avec le caractère concrètement opératif de la construction géométrique se manifeste nettement au cours de l'initiation des élèves à la démonstration mathématique. Voici la situation observée dans une école polonaise. L'élève a trouvé une construction; il « raconte » son invention

dans la forme d'une ordonnance formée d'une suite d'opérations, qu'il suffit — selon son opinion — d'exécuter pour obtenir la figure en question. On pose la question: «Ton ordonnance sera-t-elle toujours et partout valable? Si quelqu'un voulait l'appliquer, peut-il être sûr qu'il obtiendra la figure cherchée?» La réaction de l'élève n'est justement qu'un essai de démonstration spontanée, précisée pas à pas sous la pression de la méfiance et des doutes exprimés par le professeur ou les condisciples. Le même élève ne comprend pas encore le sens de la démonstration d'un théorème géométrique, le plus souvent évident pour lui dans les premiers chapitres de la géométrie. Mais, démontrer que sa propre ordonnance est correcte et utile, c'est une autre situation, c'est compréhensible, c'est naturel, c'est une affaire personnelle.

La liaison profonde des opérations concrètes du dessin avec les idées abstraites, basée sur l'intériorisation des manipulations dans la pensée, est très importante pour la pédagogie des mathématiques, science au caractère particulièrement « opératif ».

Ce problème exige évidemment une recherche profonde et il n'est pas du tout négligé dans la réforme récente des mathématiques élémentaires. Il suffit de mentionner ici les travaux systématiques du Centre belge sur la méthode des schémas et des graphes, dont le rôle dans le développement de l'activité mathématique des élèves est particulièrement souligné dans les rapports allemand et suédois.

Le développement de l'activité mathématique des élèves qui suivent un programme obligatoire est évidemment conditionné par l'arrangement juste et psychologiquement correct des niveaux consécutifs concernant le type des activités mathématiques des élèves; cette idée est développée largement dans les rapports allemand et hongrois.

Sous cette condition, le contenu moderne du programme scolaire peut être une source beaucoup plus abondante d'activités mathématiques, que le contenu traditionnel; de plus, ces activités peuvent être beaucoup plus différenciées et d'autant plus intéressantes et excitantes pour les élèves. Ce sont des faits constatés objectivement dans divers pays, même dans ceux qui — comme par exemple la Pologne — réalisent la réforme basée sur la « petite modernisation », une modernisation partielle.

La surcharge du programme, ainsi que le minimalisme dans ce domaine peuvent entraver le développement de l'activité mathématique des élèves, comme le prouvent les expériences de certains pays (Pologne, Hongrie).

Dans le premier cas, le professeur, sous la pression de l'étendue des matières qui doivent être assimilées dans une durée définie, ne laisse pas aux

élèves de temps nécessaire à la réflexion indépendante. Le minimalisme conduit à l'inertie et à l'ennui. De l'autre côté, les méthodes actives s'avèrent finalement plus économiques, même du point de vue de l'étendue du contenu. Le temps consacré aux questions fondamentales, élaborées avec l'engagement personnel des élèves, n'est pas à fonds perdu; certaines connaissances sont souvent acquises presque gratuitement grâce à l'expérience mentale profonde déjà acquise par les élèves. Ce qui est mauvais, c'est le calcul mécanique des horaires et des pages du manuel, qui décide de la distribution du contenu dans le temps chez beaucoup de professeurs n'ayant pas une conception d'ensemble du développement de l'attitude active des élèves.

Nous avons touché maintenant à un point très important et très difficile: la préparation du maître à l'enseignement actif des mathématiques.

Dans le rapport de la sous-commission des Etats-Unis, George Polya [12] exprime l'opinion que la méthodologie de l'enseignement n'est pas une science et ne le deviendra pas dans un proche avenir, mais que l'enseignement est un art; on ne peut parler de la meilleure méthode d'enseigner, de même qu'on ne peut parler de la meilleure interprétation d'une sonate de Beethoven.

Il faut néanmoins faire face à la réalité. Parmi les professeurs, les mathématiciens de talent manquent de plus en plus, car le développement rapide des sciences techniques et le progrès social ouvrent des carrières plus attirantes et très différentes. Le même processus a augmenté le nombre des élèves qui fréquentent les écoles primaires et secondaires et a créé le besoin urgent d'un plus fort recrutement de maîtres. Dans cette situation on ne peut pas espérer que le corps enseignant soit composé d'artistes et de virtuoses, et que l'enseignement soit comparable à l'interprétation d'une sonate de Beethoven. Le maître d'aujourd'hui n'est le plus souvent qu'un artisan plus ou moins habile, plus ou moins honnête, plus ou moins ouvert aux idées nouvelles.

De l'autre côté, les tendances actuelles dans l'enseignement des mathématiques augmentent les exigences concernant les connaissances scientifiques, pédagogiques et psychologiques des maîtres et concernant leur talent et leur initiative créatrice.

La situation dans l'enseignement des mathématiques est donc aujourd'hui paradoxale. Dans la majorité des rapports on constate expressément que les méthodes actives n'ont pas pénétré dans l'enseignement des mathématiques, car elles sont trop difficiles et trop embarrassantes pour les pro-

fesseurs. Pour ma part, je voudrais attirer l'attention sur le danger de la dégénération nocive de ces idées provoquée par des maîtres qui ont fini des études supérieures, mais dont l'esprit mathématique est limité. D'un autre côté, de bons mathématiciens n'ont qu'une connaissance presque nulle de la psychologie de l'élève.

Dans ces conditions la préparation de professeurs pour l'enseignement actif devient une tâche particulièrement urgente pour les écoles supérieures et pour toutes les institutions qui s'occupent de l'amélioration de l'enseignement des mathématiques.

Cette tâche urgente est mise en évidence dans tous les rapports, où l'on mentionne aussi différentes démarches déjà en cours, ou des projets à réaliser.

Il faut souligner le grand travail dans ce domaine, présenté par le rapport anglais, ainsi que des propositions intéressantes faites par N.J. Fine [7] concernant les séminaires organisés au sein des études supérieures mathématiques et consacrées à la méthodologie et à la stratégie de la solution des problèmes.

Je voudrais souligner pour ma part l'importance de l'initiation des futurs professeurs à la recherche méthodologique théorique et pratique organisée parallèlement à leurs études mathématiques. Ces travaux exécutés par exemple dans mon séminaire concernant l'enseignement actif des mathématiques ont été non seulement extrêmement utiles pour les étudiants eux-mêmes, mais ont apporté aussi certains résultats qui méritent d'être répandus et qui se trouvent maintenant en élaboration synthétique.

Malgré tous ces efforts, le problème de la préparation des maîtres à l'enseignement actif des mathématiques reste ouvert et exige une solution plus générale et plus rapide. Si cette tâche n'est pas réalisée sans tarder, nos grandes idées de réforme peuvent même, au contraire, provoquer une régression dans les mathématiques scolaires. Et les signes de ce danger sont déjà mentionnés dans certains rapports.

Parmi les facteurs entravant le développement de l'activité des élèves on met particulièrement en relief les méthodes d'évaluation du progrès des élèves et les examens.

Il est facile d'apprécier les connaissances et l'habileté des élèves, il est au contraire très difficile d'évaluer objectivement le niveau de leur activité mathématique.

C'est pourquoi l'élève obtient le plus souvent des notes adéquates à ses connaissances et à son habileté, ce qui influence sa manière d'apprendre et

fausse son opinion concernant ce qui est important en mathématiques. La situation empire si les prescriptions administratives dans ce domaine sont trop rigides. Comme le constate le rapport hongrois, il arrive dans certaines conditions que l'évaluation de l'élève et les notes deviennent le problème central de l'enseignement, que professeurs et élèves traitent le contenu du programme comme « matière à interrogation ».

Dans les autres rapports on souligne l'influence nocive des examens finaux et des examens d'entrée aux écoles supérieures. Les problèmes qui y sont posés sont souvent d'un type déterminé et — comme le constate par exemple le rapport suédois — beaucoup du temps précieux de l'enseignement est consacré à la solution de problèmes du même type, donc non à une éducation mathématique approfondie, mais bien à la préparation directe de l'élève à l'examen. Le rapport japonais [17] attire l'attention sur l'influence nocive des examens écrits basés sur des tests à choix multiple. Les élèves dont l'effort est dirigé avant tout à se bien préparer à ces examens ne sont pas aptes à formuler correctement une explication ou un raisonnement mathématique.

Je voudrais accentuer ici la responsabilité des écoles supérieures dans ce domaine. Le genre et l'esprit des problèmes posés au cours des examens d'entrée conditionnent à un degré considérable l'esprit de l'enseignement dans l'école secondaire. C'est le problème qui se trouve aussi au centre de la discussion en Pologne.

D'autre part, l'enseignement pseudo-actif des mathématiques basé sur un libéralisme exagéré et le contrôle trop superficiel des progrès des élèves, causé souvent par la crainte du schématisme, de l'ennui, du « piochage mécanique », court le danger contraire: connaissances superficielles, manque de l'habileté la plus élémentaire. On ne peut pas s'intéresser aux problèmes dans le vide mathématique. Nos observations prouvent, que le manque d'intérêt pour les mathématiques chez beaucoup d'élèves et leur attitude passive sont causées par des lacunes trop grandes dans leurs connaissances et dans leur habileté. Et en mathématiques, science si cohérente intérieurement, le manque d'une brique importante peut renverser toute la construction mentale.

Malheureusement, l'enseignement pseudo-actif et superficiel devient aujourd'hui assez fréquent. Il arrive que la leçon commence par un problème, mais les élèves sont conduits trop rapidement à la solution. Les questions et les remarques du professeur sont si suggestives, qu'on procède presque sans effort intellectuel. On pense « par fragments ». Si un élève se



heurte à une certaine difficulté, le suivant continue, si un élève a commis une faute, un autre le corrige et l'on avance vite, en glissant sur les questions plus profondes et plus fines. La leçon est agréable, la discussion vive. Tous sont contents. Le professeur, car il a fait une leçon brillante; les élèves, car tout a été si facile, si clair, qu'on n'a rien à apprendre et rien à exercer.

Et les résultats sont décevants. L'élève constate très vite avec étonnement un vide complet dans son esprit et dans sa mémoire. Il ne comprend déjà rien, il est découragé, il commence à haïr les mathématiques qui lui semblaient être si intéressantes auparavant.

Parmi les facteurs défavorables à l'enseignement actif liés à l'organisation scolaire, on souligne avant tout les classes surpeuplées. Selon le rapport allemand [1] l'effectif de la classe ne doit pas dépasser 20 élèves, si on veut réellement développer l'activité personnelle de l'élève. Evidemment, ce postulat est tout à fait irréal dans beaucoup de pays.

Le travail organisé en petits groupes s'avère être, selon des expériences nombreuses, très favorable au développement de l'activité mathématique des participants. On souligne aussi la grande valeur pédagogique résidant dans la variété de forme des travaux exécutés individuellement ou en groupes par les élèves, par exemple l'élaboration d'un thème plus large (« Jahresarbeiten » en Allemagne), les exposés des élèves en classe, présentant les résultats de leurs travaux ou le compte-rendu de leur lecture mathématique, les travaux organisés en corrélation avec les autres disciplines enseignées à l'école, etc. On met en évidence l'influence particulière des clubs mathématiques, des olympiades et des revues mathématiques, dont les lecteurs et les collaborateurs actifs sont les élèves eux-mêmes. L'organisation de l'activité des élèves est facilitée si l'école dispose d'un laboratoire bien équipé en livres et en matériaux concrets. Dans les pays où l'école secondaire de l'éducation générale est — comme par exemple en Pologne — unitaire, le rôle d'activer les élèves plus doués peut être accompli par les séminaires organisés dans le cadre de l'enseignement obligatoire en groupant les élèves selon leurs goûts et leurs intérêts personnels.

#### 4. PROBLÈMES DANS LE CONTEXTE DES PROGRAMMES ACTUELS

Tous les auteurs des rapports constatent que la solution des problèmes est la forme la plus efficace non seulement du développement de l'activité mathématique des élèves, mais aussi de l'apprentissage des connaissances,