II. Tronc de prisme entier, dont une base a un centre de symétrie

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 2-3: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

ou, comme $p = S'+2$ [1]),

$$j = V + \frac{S'}{2} + l' + \frac{\beta'}{2} + 1 . \tag{2}$$

Si a, b, c sont les dimensions du parallélépipède $(\mathscr{P})$ circonscrit à (P) parallèlement aux plans de coordonnées, $l' < c$ et $\beta' \leqq \beta \leqq 2\,(a+b)$, où β est le périmètre réticulaire de la projection d'une base de (P) sur le plan XOY. D'autre part, $S' \leqq S$. Donc (2) entraîne (1), où l'égalité n'est atteinte que si (P) et $(\mathscr{P})$ coïncident.

II. *Tronc de prisme entier, dont une base a un centre de symétrie*

Soit ω le centre de symétrie d'une base convexe fermée (B'), j' le nombre de ses points entiers, p' le nombre de points entiers de son contour, s' son aire, s'' son aire réticulaire et a', b', c' ses hauteurs dans les directions des axes de coordonnées. Le symétrique (P_2) du tronc de prisme (P_1) par rapport à ω complète (P_1) à un prisme, qui vérifie (1). Comme les caractéristiques de (P_2) sont les mêmes que celles de P_1 (dotées de l'indice 1),

$$\begin{array}{lll} j = 2j_1 - j' , & S = 2S_1 - 2s' , & V = 2V_1 , \\ a = 2a_1 - a' , & b = 2b_1 - b' , & c = 2c_1 - c' . \end{array}$$

Par ces substitutions, (1) devient

$$j_1 \leqq V_1 + \frac{S_1}{2} + a_1 + b_1 + c_1 + 1 + \frac{1}{2}(j' - s' - a' - b' - c' - 1) . \tag{3}$$

Or $j' = s'' + \dfrac{p'}{2} + 1$ (corollaire du théorème 1 de l'article cité au début). Mais $s'' \leqq s'$ et $p' \leqq p'' \leqq 2\,(a'+b')$, où p'' désigne le nombre de points entiers de la projection du contour de (B') sur le plan XOY. (Ceci suppose que le plan de (B') ne soit pas perpendiculaire à XOY, en quel cas on projetterait sur XOZ ou sur YOZ.) Dans (3) l'expression entre parenthèses est donc négative ou nulle.

---

[1]) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2217 (formule 1).