3. Observations sur les tableaux A et B

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Il convient de souligner que les tableaux A et B ne sont ici qu'ébauchés. En outre, même si l'on fait abstraction de la partie résiduelle C, la réunion des tableaux A et B ne donne pas une vue complète de l'édifice mathématique. Ainsi, par exemple, la notion d'espace métrique (muni d'une distance réelle) n'apparaît ni dans l'un, ni dans l'autre. Dans le domaine des structures, il convient de l'imaginer à proximité des espaces topologiques. Mais, par ailleurs, elle emprunte certaines de ses propriétés à R et par là touche à l'échelle naturelle. On peut dire que les tableaux A et B sont comme des projections complémentaires de l'édifice mathématique ou si l'on préfère, que celui-ci résulte du produit des tableaux A et B.

3. Observations sur les tableaux A et B

a) *Les tableaux A et B ne sont pas essentiellement indépendants.*

En effet, les liaisons figurant dans le tableau A symbolisent des procédés de construction canoniques élaborés dans le domaine des structures. Réciproquement, une structure n'apparaît dans le tableau B que lorsqu'elle possède suffisamment de modèles intéressants dans l'échelle naturelle. A ce propos, il est opportun de répéter qu'il n'existe que bien peu de notions mathématiques qui ne soient pas préfigurées dans N, R, E_2 ou E_3 et les objets qui s'y rapportent directement.

b) *Les tableaux A et B sont monolytiques l'un et l'autre.*

Passons rapidement sur un clivage « vertical » comme celui qui consiste à distinguer entre propriétés algébriques et propriétés topologiques. Il présente un intérêt méthodologique évident, mais ne correspond pas à une division naturelle de l'édifice mathématique. La topologie use largement de l'algèbre et aucun algébriste ne renoncerait aux services de la topologie de Zariski, par exemple.

Nous recherchons ici une réparation « horizontale » permettant de distinguer entre mathématiques élémentaires et mathématiques avancées. Et là, il nous faut reconnaître qu'un tel scindage n'apparaît pas naturellement. Certes, on peut noter l'existence de notions simples ou fondamentales (ensemble, espace topologique, R, etc.) et de notions composées ou dérivées (espace vectoriel, groupe topologique, $Z/(10^m)$, etc.). Mais bien des notions fondamentales ne sont pas élémentaires et bien des notions élémentaires ne sont pas simples.

Ainsi, il n'existe pas à proprement parler de « mathématiques élémentaires ». Toutefois, pour éviter toute méprise, il importe de souligner un point essentiel. La mentalité du mathématicien formé diffère de celle du débutant [1]). Contrairement au premier, le second a besoin d'ancrer *visiblement* la théorie qu'il étudie dans l'échelle naturelle. *Pour le débutant*, par exemple, *toute proposition d'existence doit être assortie d'un algorithme de construction.* Et il est réconfortant de penser que, placé devant un problème suffisamment nouveau, le mathématicien professionnel se comporte souvent comme un débutant. En bref, il existe bien une approche élémentaire et une étude avancée des mathématiques, mais cette distinction n'est pas le reflet d'une partition naturelle de l'édifice mathématique.

c) *Les notions encadrées sont fondamentales.*

En effet, ou bien elles sont d'un usage constant dans l'édification des mathématiques (R, espaces topologiques, etc.); ou bien elles apparaissent dans toutes les applications pratiques (N, R, E_2, etc.); ou encore elles fournissent des terminologies imagées et des archétypes en vue de théories plus avancées (N, R, E_2, E_3) comme on l'a déjà relevé sous 3 *a)*.

Il est remarquable que, les espaces topologiques éventuellement mis à part, toutes ces notions sont traitées au niveau de l'école secondaire, au cours d'une scolarité complète normale.

Pour nous résumer, disons que:

1° si l'on peut concevoir un enseignement élémentaire des mathématiques, il n'existe pas de mathématiques propres à l'école secondaire;

---

1) Citons à ce propos la remarque que M. P. Freyd place dans l'introduction de son ouvrage « Abelian Categories », Harper & Row, New York, 1964: « If topology were publicly defined as the study of sets closed under finite intersection and infinite unions a serious disservice would be perpetrated on embryonic students of topology. The mathematical correctness of such a definition reveals nothing about topology except that its basic axioms can be made quite simple. »

2° le rôle de l'école secondaire dans l'enseignement mathématique est essentiel;

3° en conséquence, il faut extirper le préjugé suivant lequel un maître de mathématiques est un mathématicien qui a mal tourné.

4. Demandes générales de l'Ecole secondaire à l'Université

Jusqu'ici le dialogue entre l'Université et l'Ecole secondaire s'est souvent mal engagé. Risquons une image. L'enseignement mathématique consiste à édifier dans l'esprit de chaque élève un exemplaire conforme de l'édifice mathématique. Comme dans toute construction il apparaît des parties caduques — les échafaudages — et des parties permanentes. Du côté de l'Université on a généralement sous-estimé l'importance des échafaudages; du côté de l'école secondaire on a souvent oublié qu'un jour les échafaudages doivent s'effacer au profit de l'édifice définitif.

Certains grands mathématiciens, écrivant pour l'enseignement secondaire, se sont abandonnés à la virtuosité avec laquelle ils savent imaginer des questions délicates à partir de situations élémentaires. On pourrait croire qu'ils cherchaient à séduire les maîtres secondaires en leur prouvant que les mathématiques d'aujourd'hui réservent au moins autant de casse-têtes sadiques que les mathématiques anciennes.

Dans les cercles de l'enseignement secondaire, on a trop fréquemment abandonné le terrain de la saine didactique pour se confiner dans une attitude « pédagogique » au sens péjoratif du terme. Nous entendons ceci: la démarche correcte consiste à déterminer d'abord les sujets mathématiques qu'il faut étudier, puis à rechercher les techniques d'enseignement appropriées; le « pédagogue », au contraire, élabore pour commencer des procédés d'enseignement plus ou moins astucieux et se demande ensuite ce qu'il va bien pouvoir enseigner avec cela; il fabrique alors de pseudo-mathématiques dont le seul mérite est de se prêter de bonne grâce aux méthodes pédagogiques préconçues.