DIDACTIQUE SANS EUCLIDE ET PÉDAGOGIE EUCLIDIENNE

Autor(en): **Viola, Tullio**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1963)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-38769

DIDACTIQUE SANS EUCLIDE ET PÉDAGOGIE EUCLIDIENNE

par Tullio VIOLA, Turin

Dans un article publié au 1er volume de « L'enseignement mathématique», Henri POINCARÉ observait que «les zoologistes prétendent que le développement embryonnaire d'un animal résume en un temps très court toute l'histoire de ses ancêtres des époques géologiques. Il semble — dit POINCARÉ — qu'il en est de même du développement des esprits. La tâche de l'éducateur est de faire repasser l'esprit de l'enfant par où a passé celui de ses pères, en passant rapidement par certaines étapes mais en n'en supprimant aucune. A ce compte, l'histoire de la science doit être notre guide ».[1])

Nous pouvons considérer ces paroles comme résumant un programme particulier, ou mieux encore une méthode particulière d'enseignement, qu'il m'est permis d'appeler « historique ». A mon avis, il est du plus grand intérêt d'étudier le problème: *s'il convient, de quelle façon et en quelle mesure, suivre cette méthode dans l'enseignement des mathématiques.*

D'une première lecture des comptes rendus des nombreuses réunions qui se sont succédées ces dernières années sur les questions de l'enseignement des mathématiques, il semblerait de pouvoir conclure pour une solution nettement négative du problème énoncé: c'est-à-dire de pouvoir conclure que l'enseignement des mathématiques ne doive pas du tout suivre la méthode historique. La même impression est fournie par la lecture de la plupart des publications, livres et articles, qui ont été écrits sur ces questions.

Les raisons qui peuvent être citées contre la méthode historique sont essentiellement de deux types:

I) Il n'est pas vrai, dit-on, que les théories mathématiques des siècles passés correspondent à des opérations mentales plus

---

1) H. POINCARÉ, *La logique et l'intuition dans la Science mathématique et dans l'enseignement.* (« L'enseignement mathématique » I, 1899, pp. 157-162.)

simples, plus faciles à apprendre et plus spontanées. On a soutenu, par exemple (et nous verrons avec quelle raison), que certains concepts fondamentaux de topologie, ou d'algèbre moderne, ou de théorie des ensembles, sont plus simples, plus faciles à apprendre et plus spontanés que ceux de la géométrie euclidienne ou de l'algèbre classique. Et on peut aussi facilement porter des exemples de théories mathématiques de l'antiquité, si difficiles et si pauvres de résultats, qu'aucun professeur ne croirait utile de les exposer aujourd'hui, si ce n'est dans un cours universitaire d'histoire des mathématiques. Vouloir aujourd'hui enseigner par exemple la théorie élémentaire des coniques sur le traité d'Apolone, ou bien la perspective centrale sur celui de Guidobaldo del Monte, serait franchement contraire au bon sens. Ceci vaut aussi (et je le déclare une fois pour toutes afin d'éviter des malentendus) pour la mesure des grandeurs et pour l'arithmétique telles qu'elles sont exposées aux livres VII, VIII, IX et X des *Eléments d'Euclide*.

II) Les mathématiques modernes ont immensément amplifié leur domaine, et par conséquent un enseignement qui prétendrait reprendre tout le chemin parcouru durant les siècles passés, se trouverait devant une tâche immense à laquelle feraient défaut le temps et les possibilités d'apprendre des élèves.

Il faut toutefois examiner avec beaucoup d'attention ces deux ordres d'objections.

Jean Piaget, dans un article intéressant qui a été traduit aussi en italien, soutient que « l'ordre de construction des notions et des opérations géométriques dans le développement spontané de l'enfant n'est nullement conforme à l'ordre historique des étapes de la géométrie et se rapproche davantage de l'ordre de filiation des groupes fondamentaux sur lesquels reposent les divers types d'espaces. Historiquement la géométrie euclidienne ou métrique a précédé de nombreux siècles la géométrie projective, et la topologie n'a donné lieu à une réflexion autonome qu'à une époque bien plus récente encore. Du point de vue des groupes fondamentaux au contraire, la topologie est première et l'on en peut tirer simultanément la géométrie métrique euclidienne (par l'intermédiaire de la métrique générale) et la géométrie projective (celle-ci rejoignant la métrique euclidienne par l'intermédiaire de la géométrie affine et de celle des similitudes) ».[1])

Sans aucun doute, les recherches minutieuses et profondes de M. PIAGET sur la psychologie de l'enfance, devront avoir des reflets importants, dans un futur prochain, sur l'enseignement des mathématiques et en particulier de la géométrie, durant les premières années de vie. Toutefois les idées de ce grand psychologue ont posé des problèmes d'une importance fondamentale qui encore aujourd'hui sont bien loin, à mon avis, d'avoir reçu une solution. Tout d'abord il faudrait se mettre d'accord sur ce qu'il faut vraiment entendre par « *Géométrie euclidienne* ». Suivant la tradition, ce terme est généralement employé pour indiquer le contenu et la méthode des treize livres des *Eléments*, tandis que PIAGET emploie un tel terme dans un sens beaucoup plus ample: on peut dire que, suivant PIAGET, *la géométrie euclidienne est une activité organisatrice de l'espace, qui s'appuie sur des éléments tels que « les points, les droites, les plans, les angles, les cercles, etc.» considérés comme « préexistants »*. Mais si, et en quelle mesure, une telle activité puisse être vraiment considérée spontanée chez l'enfant, PIAGET ne semble pas encore en mesure de le dire, d'autant plus que «spontanéité» est par PIAGET employée comme « *indépendance de l'enseignement de l'école* », non comme « *indépendance des stimulations du milieu social en général* ». Or on peut croire logiquement que seulement ce second type d'indépendance en effet pourrait être un élément révélateur des premières opérations mentales de l'enfant. Il semble par conséquent que les recherches de PIAGET ne puissent éviter l'une ou l'autre des deux difficultés suivantes, toutes deux très importantes: ou bien étudier le comportement de l'enfant quand cette indépendance peut être considérée sûre, c'est-à-dire durant les premières semaines de vie, ou bien après des mois et des années, et se trouver alors dans la nécessité de procéder exclusivement par conjectures sur ce que serait le comportement, si cette spontanéité n'avait pas été perdue.

---

[1]) J. PIAGET, *Les structures mathématiques et les structures opératoires de l'intelligence.* (Dans le vol. « L'enseignement des mathématiques », Neuchâtel et Paris, 1955, p. 25.)

Piaget a certainement accompli des tentatives admirables de concilier la logique et la psychologie. Mais peut être s'est-il trop avancé en voulant réduire la pensée mathématique aux seules « *structures opératoires* ». Son refus de chercher, comme il dit, « à la base de l'édifice mathématique des entités simples conçues d'une façon plus ou moins atomistique », entités qui, pour la géométrie sont « le point, la droite, etc., dont la composition fournit l'espace », fait surgir le doute qu'il ait vraiment réussi à jeter un pont entre les activités mentales qu'il appelle *infralogiques*, et celles réellement *logiques*. La pensée mathématique proprement dite commence seulement avec la logique, l'état infralogique pouvant être important — tant qu'on veut — pour préparer le terrain à la successive formation logique (et par conséquent mathématique) de l'enfant. Dans ce sens il est possible, et même probable, que toute méthode pédagogique inspirée aux théories de Piaget soit très utile à l'état infralogique, mais il est difficile d'admettre qu'il soit possible d'aborder une pédagogie mathématique quelconque sans faire des abstractions, et alors quelles abstractions peut-on imaginer, en géométrie, plus simples que le *point*, que la *droite*, que le *plan*, etc., c'est-à-dire précisément ces éléments *préexistants* que Piaget appelle « euclidiens »?

Ewart Beth pense que « les psychologues sous-estiment le caractère grave des problèmes logiques et mathématiques soulevés par la crise des fondements et ils se font une idée exagérée du pouvoir de leur science à l'égard de ces problèmes ».[1])

En réalité, tant que l'enfant n'est pas en mesure de s'appuyer sur des schémas topologiques généraux, il ne semble pas qu'en lui ne soit encore formée même pas l'ombre d'un concept topologique. Piaget dit, suivant ce qui précède, que « l'enfant ne part pas naturellement de schémas topologiques généraux (car ses intuitions topologiques sont subordonnées à certaines conditions perceptives rapidement structurées sur un mode euclidien) ».[2]) Mais que signifie précisément cette affirmation? et

---

1) E. Beth, *Réflexions sur l'organisation et la méthode de l'enseignement mathématique*. (Dans le vol. cité à la note 2), p. 43.)

2) Voir loc. cit. à la note 2). L'auteur y précise son point de vue en disant que « lors des débuts du dessin, l'enfant ne distingue pas les carrés, cercles, triangles et autres figures métriques, mais il différencie fort bien les figures ouvertes ou fermées,

pourquoi donner une importance à la *rapidité* de structuration des conditions perceptives de l'enfant? Je crois que PIAGET lui même est obligé d'admettre que la formation même d'un seul concept topologique ne soit pas possible sans la formation préalable, ou au moins simultanée, de concepts métriques. L'enfant peut certainement apprendre à distinguer une figure à simple

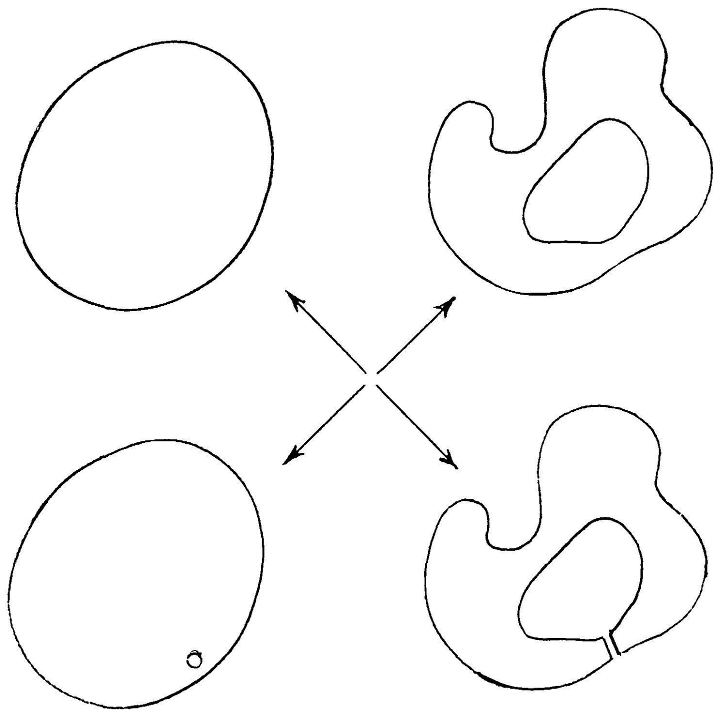

Fig. 1

connexion d'une figure à double connexion, dans des cas *grosso modo distincts* (fig. 1): mais il n'aura encore acquis aucun concept concernant la « connexion », tant qu'il ne saura pas distinguer les deux types de figure dans des cas *apparemment très semblables*. J'affirme que la formation d'aucun concept, en géométrie, est possible sans un certain degré d'acquisition préalable de capacités critiques sur les *ressemblances ou différences d'aspect des figures*, et une telle acquisition demande vraisemblablement la formation simultanée de quelque concept de caractère métrique ou, plus généralement, *euclidien* (distance de deux points, égalité ou différence de distances, conséquemment le

les situations d'extériorité ou d'intériorité par rapport à une frontière (y compris la position « sur la frontière »), les séparations et les voisinages (sans conservation de la distance), etc. Or, partant ainsi d'intuitions topologiques fondamentales, il s'oriente ensuite simultanément dans la direction des structures projectives et dans celle des structures métriques. »

concept de segment; égalité ou différence de forme et conséquemment le concept de similitude, etc.).[1])

Je crois par conséquent qu'on puisse accepter, en principe et à partir d'un âge de six à sept ans, la méthode euclidienne au moins dans le sens que PIAGET donne, comme nous l'avons vu, à ce terme. Mais, ceci étant précisé, il est nécessaire de souligner aussitôt que les entités euclidiennes, c'est-à-dire les points, les droites, les plans, les angles, les cercles, etc., ne sont pas des abstractions auxquelles les enfants doivent parvenir systématiquement et séparément entité par entité. S'il ne nous semble pas pouvoir être d'accord avec PIAGET pour nier la constitutiou atomistique de la géométrie, nous pouvons toutefois être entièrement d'accord sur le désir d'un enseignement à caractère *global.* Non seulement dans l'enseignement élémentaire entre 6 et 10 ans d'âge, mais aussi entre 10 et 14 ans, c'est-à-dire dans l'enseignement moyen inférieur (que l'on peut appeler de la géométrie intuitive), il est certainement opportun d'introduire simultanément les entités euclidiennes et que l'élève commence, dès la première leçon, à s'en servir en apprenant de suite le plus grand nombre possible de relations des entités entre elles. Cette adresse pédagogique, qui déjà dans quelques bons textes d'il y a 20 ou 30 ans était assez évidente (citons par exemple les *Eléments de géométrie* du Professeur Piero BENEDETTI de l'Institut technique de Pise), s'est accentuée sensiblement dans des textes italiens très récents et de valeur pédagogique élevée, par exemple en celui de Mlle Emma CASTELNUOVO et celui qui a été écrit pour la télévision, de Mme Liliana RAGUSA GILLI. Dans ce dernier texte, qui a été appliqué avec succès aussi en dehors de la télévision, la première leçon est dédiée aux triangles (concept de triangle, définition du triangle isocèle, du triangle équilatéral, du triangle rectangle, propriété fondamentale par laquelle chaque côté est inférieur à la somme des deux autres, construction d'un triangle connaissant les trois côtés, avec de nombreuses applications), la seconde leçon est dédiée aux droites perpendiculaires, aux droites

---

[1]) Les domaines diagonalement opposés en fig. 1 ont même ordre de connexion topologique. L'enfant sera toutefois porté à considérer dans une même classe (et cela en vertu de leur *ressemblance*!) les deux domaines de gauche d'une part, les deux domaines de droite d'autre part.

parallèles et à la distance d'un point à une droite, la troisième leçon aux carrés et aux losanges, la quatrième aux rectangles et aux parallélogrammes en général, etc. Je me permets de souligner ces détails parce que, à mon avis, on n'insistera jamais assez sur l'importance de la méthode globale; si la pédagogie moderne a démontré de façon non équivoque que les enfants apprennent beaucoup mieux et plus vite à écrire non en remplissant d'abord des pages de barres, puis des pages de barres avec crochets, puis des pages avec la voyelle *i*, puis avec la voyelle *o*, etc., mais en commençant immédiatement à imiter le maître dans une écriture relativement complète et organique, de la même façon la pédagogie a démontré que les enfants arrivent beaucoup plus facilement à posséder les concepts abstraits de point, ligne droite, plan, cercle, etc., en entraînant leurs capacités intuitives toutes nouvelles, non pas séparément dans l'étude: d'abord des propriétés des points seulement (si cela avait un sens), puis des droites ou des segments seulement, puis des angles seulement, puis des triangles seulement, etc., mais simultanément de toutes ces figures dans leurs relations réciproques multiples et organiques. Les expériences effectuées au moyen du texte de Mme Ragusa Gilli démontrent en effet combien il est possible de faire avancer les élèves, avec la méthode globale, en quelques leçons, tout en tenant compte des grandes différences de milieu dans lequel ces expériences ont été effectuées, c'est-à-dire de la préparation fournie par les écoles desquelles les élèves provenaient et du niveau culturel des familles.

A ce sujet, il est naturellement impossible d'établir des normes générales et formelles relatives au degré et à la rapidité par lesquels se réalisent les progrès des élèves. Ces progrès en effet dépendent non seulement des différences de milieu, mais évidemment aussi de l'intelligence de chaque élève et de leurs influences réciproques, des capacités pédagogiques et de la sensibilité du professeur. En tout cas, toutefois, les progrès se réalisent de la même façon qu'en toute autre matière scientifique, savoir non par degrés insensibles, mais (pour ainsi dire) *par à coups*, c'est-à-dire par acquisitions imprévues de concepts mûris plus ou moins lentement dans le subconscient: celui-ci étant un phénomène qui est perçu d'autant plus clairement que l'âge des élèves est jeune, mais qui souvent n'est pas clair du tout, quelquefois même très obscur et en mesure d'engager très sérieusement la sensibilité et la patience du professeur. Il ne faut pas s'illusionner non plus qu'il existe des demandes, ou des exercices, ou des textes ayant une valeur de diagnostic universel et sûr, parce que le cas est assez fréquent d'élèves qui, bien qu'ayant de bonnes aptitudes pour les mathématiques, se répugnent à les appliquer. La difficulté chez un enfant à appliquer un concept à des exemples concrets n'est pas une indication certaine que tel concept ne soit pas encore acquis: un exemple typique est fourni par le problème de l'équivalence des surfaces. [1]) C'est une des raisons (et non la moins importante) pour lesquelles il faut féliciter les règlements des écoles italiennes qui laissent tant de liberté dans le développement des programmes.

Dans un cours à la télévision, comme celui dont je vous ai parlé, on a aussi employé un matériel spécial, c'est-à-dire des modèles de solides, un appareil nommé « *géoplan* », etc. Il est à souhaiter que pour les années prochaines, on commence aussi, dans un cours de cette espèce, à projeter des films analogues à ceux qui, d'un réel effet, ont déjà été expérimentés avec succès en Angleterre, en Suisse, aux Etats Unis, etc. Toutefois, dans les écoles habituelles, je crois que le meilleur matériel pour un premier enseignement de la géométrie, dit de type intuitif, soit comme toujours celui qui sert tout simplement pour le dessin. Cette opinion est appuyée par une conception de l'enseignement de la géométrie, dans une première phase (jusqu'à un âge d'environ 12 ou 13 ans), qui veut être plus ample de la conception purement intuitive, et à laquelle serait plus approprié le titre de « *Géométrie expérimentale* » ou de « *Géométrie opérative* », suivant les idées que Giovanni VAILATI exposait il y a plus de 50 ans, dans sa prose toujours limpide et suggestive: « Parmi les vérités géométriques dont il est possible et opportun de faire acquérir la connaissance à l'élève dans cette première phase d'étude, seulement une faible partie est représentée par celles

---

[1]) On peut poser ce problème par des textes très significatifs, tels que le suivant bien connu: « Le propriétaire d'un champ rectangulaire veut y construire une étable (de forme et dimensions fixées) afin que ses brebis puissent pâturer sur le champ. Indiquez la position (si elle existe) où il convient de construire l'étable sur le champ, pour que les brebis aient le maximum de surface libre à pâturer ».

qui peuvent être en fait désignées comme « intuitivement évidentes ».

Face à toutes les autres, la position de l'élève n'est pas bien différente de celle dans laquelle il vient à se trouver lorsque le professeur de physique ou de chimie lui présente, ou lui fait effectuer quelque nouvelle expérience, en l'invitant à reconnaître ou à formuler les conclusions, ou les généralisations, qu'elle justifie.

Guider et pousser l'élève à se procurer, au moyen d'expériences et, en particulier, en utilisant les instruments de dessin, le plus grand nombre de connaissances de fait sur la façon de construire les figures et sur leurs propriétés, surtout non « intuitives », est d'autre part la meilleure façon de faire naître en lui le désir et le besoin de se rendre compte « comment » et « pourquoi » ces propriétés existent, et de le préparer à examiner avec intérêt l'apprentissage, ou la recherche de connexions déductrices de ces dernières, et de raisonnements qui conduisent à les reconnaître comme conséquence les unes des autres.

Croire qu'à ce désir et à cette exigence spontanée de l'esprit de l'élève il ne soit pas possible, ou non utile, de donner quelque satisfaction jusqu'à ce qu'on ait procédé de façon à pouvoir entamer une étude systématique de la géométrie, précédée d'une complète énonciation préalable des propositions (postulats, axiomes, définitions) que l'on veut assumer sans démonstration, cela me semble un des préjudices plus nuisibles qui s'opposent à une bonne organisation des études de géométrie dans les écoles secondaires inférieures ».[1]) Et encore: « En comprenant le théorème de Pythagore et les propriétés des figures semblables dans le programme du cours correspondant à la deuxième classe du gymnase actuel, on ne veut pas dire qu'il soit nécessaire de présenter aux élèves des démonstrations ou des considérations théoriques sur ces sujets. Ils devraient être seulement invités, et guidés, en vue de reconnaître et vérifier, au moyen du dessin et des instruments de mesure, les importantes relations et les propriétés ci-dessus, ainsi qu'à appliquer les connaisances ainsi

[1]) « Sembra a me uno dei più dannosi tra i pregiudizi che si oppongono a un buon ordinamento degli studi di geometria nelle scuole secondarie inferiori. » (G. Vailati, *L'insegnamento della Matematica nel primo triennio della Scuola Secondaria*, Bollettino di Matematica, anno VI, nn. 8-9, agosto-settembre 1907; aussi bien qu'en « *Scritti* », Lipsia e Firenze 1911, p. 808.)

acquises à la solution de simples questions pratiques (comme par exemple de calculer la hauteur d'un édifice par son ombre projetée, etc.) ainsi qu'à l'essai et à la recherche de nouvelles propriétés, ou relations, qui en découlent comme des conséquences faciles ».

Ces idées de VAILATI coïncident avec celles d'un éminent pédagogue des mathématiques, C. A. LAISANT, d'après lequel (je me réfère à ce qu'en rapporte VAILATI) les jeunes ne devraient « jamais *apprendre* des théories avant de *connaître les faits* auxquels elles se réfèrent, ni entendre répéter des *mots* avant d'être en possession des éléments sensibles et concrets dont par abstraction on peut obtenir la signification ».[1])

En France ces théories ont été appliquées avec succès, et je cite par exemple le « *Cours abrégé de Géométrie* » de C. BOURLET, présenté (ce qui est intéressant à noter) comme l'exécution d'une réforme de méthode « qui consiste dans l'abandon de la Géométrie classique d'EUCLIDE pour lui substituer une Géométrie plus moderne où les *déplacements* jouent un rôle prépondérant. Cette nouvelle méthode consiste essentiellement à rattacher la notion du parallélisme à celle de la translation ».[2]) La difficulté d'exécution d'une telle méthode, est bien supérieure à ce qu'il peut sembler à première vue: elle consiste à éviter, dans le dessin, le mécanicisme pur, elle consiste en fait à savoir *rendre actif, de la part des élèves, tout détail technique.* Il est très regrettable, par conséquent, de constater que l'enseignement du dessin dans les écoles secondaires italiennes, soit tellement détaché de l'enseignement des mathématiques, qu'il présente, pour les mathématiques, on peut dire une valeur formatrice nulle: il faut confesser que l'enseignement du dessin, en Italie, est tout le contraire de l'école active, aux fins de la formation d'une (même minime) culture géométrique.

En parlant maintenant de l'enseignement de la géométrie rationnelle, le problème sur la signification et la valeur pédagogique des *Eléments d'Euclide* est posé de façon plus précise, et la solution qui en découle semble évidente: comme je me suis

---

[1]) G. VAILATI, *Scritti* cit. p. 259. (Cfr. C. A. LAISANT, *La Mathématique* [*Philosophie, Enseignement*], Paris 1898, p. 203.)

[2]) C. BOURLET, *Cours abrégé de Géométrie, I: Géométrie plane* (Paris 1909, p. VII).

déjà permis de le dire dans une intervention au Séminaire d'*Aarhus*, « la méthode euclidienne suit une voie intermédiaire assez bonne, entre le concret et l'abstrait ». Naturellement, dans ce rappel, sont à exclure: le livre V qui contient la théorie très abstraite (trop abstraite pour des élèves des écoles secondaires!) de la mesure des grandeurs, ainsi que les livres VII, VIII, IX et X qui, comme je l'ai déjà dit au commencement, sont entièrement hors de question. L'abandon de ces quatre derniers livres avait d'ailleurs été déjà suggéré par Enrico Betti et par Francesco Brioschi, dans leur célèbre édition (de 1868) des *Eléments d'Euclide pour les Lycées classiques*.

En ayant nommé Betti et Brioschi, il est opportun de nous demander encore une fois (à tant d'années de distance) pourquoi en effet ces deux grands mathématiciens italiens ont voulu que les autres livres des *Eléments*, c'est-à-dire les livres du I au VI, et du XI au XII (en excluant toutefois aussi le XIII) fussent adoptés par les écoles classiques dans leur version originale d'Euclide. Et pourquoi ont-ils inséré parmi ces livres aussi le V? Il est intéressant de relire, si longtemps après, les raisons exposées par les deux auteurs dans la Préface: « Dans les éléments de la géométrie, on ne recherche pas seulement le moyen peut-être plus convenable de gymnastique intellectuelle, mais aussi une préparation plus appropriée à des études plus élevées dans les sciences mathématiques d'une part, d'autre part un instrument qui soit utile dans les applications. C'est ce qui a provoqué la grande variété de méthodes par lesquelles en tout temps et dans de nombreux textes ont été proposés ces éléments, qui étaient conduits plutôt dans un but que dans un autre ».[1]) Les auteurs expriment ensuite l'avis que « dans de nombreuses publications italiennes et étrangères, qui servent de guide aux jeunes dans l'étude de la géométrie élémentaire, on a fait une confusion regrettable parmi ces buts, et on ne s'est pas aperçu que l'enseignement méthodique coordonné au système des études classiques et destiné à faire partie d'un enseignement commun, ne doit pas être confondu avec l'enseignement mathématique tendant à un seul but professionnel ».

---

[1]) E. Betti e F. Brioschi, *Gli elementi d'Euclide* (Firenze 1868), p. IV.

Ce dernier motif, en plus du jugement de GALILEI sur « *la suprême diligence d'Euclide* », est invoqué par les auteurs pour justifier l'adresse didactique qu'ils ont suggérée, tout en minimisant les objections formulées plusieurs fois au cours de l'histoire et que les auteurs eux-mêmes citent: « l'emploi continuel du raisonnement indirect qui ne s'accorde pas toujours avec une plus grande simplicité de la démonstration », et l'objection incisive de Alexis Claude CLAIRAUT: « Euclide avait à convaincre des sophistes obstinés, qui se faisaient gloire de se refuser aux vérités les plus évidentes: il fallait donc qu'alors la Géométrie eût, comme la Logique, le secours des raisonnements en forme pour fermer la bouche à la chicane ».[1]) Toutefois le destin voulut que l'objection de CLAIRAUT était reprise, un demi-siècle après les opinions ci-dessus de BETTI et BRIOSCHI, par Félix KLEIN, par des arguments particulièrement sévères, dans ses fameuses « *Vorlesungen über Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus* », et que d'autre part les études critiques sur les fondements de la Géométrie, de l'« *Essai d'interprétation de la Géométrie non-euclidienne* » d'Eugène BELTRAMI (publié — par une étrange coïncidence — dans la même année 1868) jusqu'aux « *Grundlagen* » de HILBERT, démentissent de façon retentissante le jugement déjà cité galiléen, de façon que la diligence d'EUCLIDE finit par se révéler non plus « *suprême* », et même pas suffisante aux exigences des mathématiques modernes. Ajoutons aussi qu'après presque un siècle de progrès scientifique, et mathématique en particulier, la configuration du type d'enseignement humanistique propre de nos écoles classiques, suivant les allusions de BETTI et BRIOSCHI, n'est plus acceptable parce qu'une distinction nette entre l'enseignement mathématique « coordonné au système d'études classiques », et l'enseignement « entendu dans un but professionnel » n'est plus possible aujourd'hui. Enfin, pour ce qui concerne le livre V, il faut observer que sans lui (ou sans un traité équivalent), il serait impossible de comprendre le VI^{e} livre. Il est donc certain que BETTI et BRIOSCHI n'auraient pu conserver, dans leur édition, le VI^{e} livre s'ils avaient supprimé le V^{e}. Dans ce cas il n'y

---

[1]) Loc. cit. à la note [10]), p. VII.

aurait eu aussi aucun avantage à adopter les livres XI et XII. En conclusion on peut dire que le livre V est la clé de voûte de l'organicité de l'ensemble de tous les livres qui le suivent: en supprimant le livre V, il n'est plus possible, didactiquement, de conserver dans l'enseignement tous les livres qui le suivent.

La question du livre V avait été par conséquent sentie, en Italie, d'une façon toujours plus aiguë que conséquemment, en 1906, une « *Commission royale* » pour la réforme de l'Ecole moyenne, dans le questionnaire qu'elle avait adressé aux professeurs, avait inséré la question: « Que pensez-vous de l'avantage ou non de suivre, en traitant des proportions, la méthode du livre V d'EUCLIDE? ».[1]) Parmi les réponses reçues, la plus profonde et en même temps la plus aiguë et limpide, a été sans doute celle de Giuseppe PEANO qui, après avoir formalisé par les symboles de la logique mathématique et ceux communs de l'arithmétique certaines propositions du livre V, conclut ainsi: « La question proposée par la Commission royale signifie en substance: « En plus d'exposer l'algèbre par un langage algébrique moderne, devons nous encore exposer les propriétés fondamentales des signes $+$, $-$, $\times$, $/$, au moyen de la langue d'EUCLIDE?». Si on avait beaucoup de temps disponible, on pourrait répondre de façon affirmative. Alors il faut posséder en mains EUCLIDE authentique dans le texte original hellénique, en accompagnant chaque proposition par sa version complète dans le langage algébrique équivalent. De cette façon on écrit l'histoire du langage mathématique; son perfectionnement est évident en 2000 années, ainsi que l'énorme simplification fournie par l'utilisation des symboles. Au contraire l'utilisation d'une simple version littéraire du livre V conduit beaucoup d'élèves à croire que la science qui y est expliquée soit une chose très différente des fondements du calcul algébrique. Mais étant donné le défaut de temps disponible, pour les élèves des écoles moyennes, et étant donné la quantité de choses plus utiles à apprendre et plus hygiéniques à faire, cette étude de comparaison historique peut

[1]) Voir G. PEANO, *Opere scelte*, vol. III (Roma 1959), p. 377 (ou bien: Bollettino di matematica, Bologna 1906).

être renvoyée à la cinquième année du cours universitaire de mathématique pure ».[1])

Depuis cette époque on n'a plus parlé, en Italie, du texte original des *Eléments* du livre V en avant, et en vérité aussi les livres précédents sont tombés en désuétude. Mais une telle évolution a été puissamment influencée aussi par les nouveaux excellents textes qui étaient parus depuis peu, premier entre tous le texte de Federigo ENRIQUES et Ugo AMALDI. Il y a eu une seule exception, le livre I qui fut encore publié pour les écoles, dans le texte grec original avec traduction en marge, par Giovanni VACCA en 1916. Mais il est significatif de noter que VACCA, pour son précieux livret (qui a reçu beaucoup de louanges, et en particulier de PEANO lui-même) avait demandé l'honneur d'une préface non pas à un mathématicien, mais plutôt à un des plus grands hellénistes italiens de son temps, Nicola FESTA, presque pour souligner que la valeur de l'œuvre était plus en fonction de la culture littéraire que de la culture mathématique. Et en effet, un des points plus importants de la préface de FESTA, me semble être précisément le suivant: « Il plaira certainement aux jeunes du lycée classique de se trouver, sans trop de fatigue, en mesure d'effectuer en grec la démonstration d'un théorème. Cela peut être un premier pas vers ce renouvellement des études classiques, qui devra donner une nouvelle vie à l'école classique, sans qu'il soit nécessaire de réduire la grammaire hellénique à la méthode *Berlitz* ».[2])

Le livret de VACCA marque par conséquent vraiment la fin, en Italie, des *Eléments* d'*Euclide* comme texte d'enseignement de la géométrie rationnelle.

En Angleterre il en a été de même, en même temps ou presque, tandis qu'en France, cette fin avait déjà eu lieu presque un demi-siècle avant. En France, un des plus profonds connaisseurs des études euclidiennes, Jules HOÜEL, dès 1869 avait conseillé de considérer, dans les écoles moyennes, le texte original d'EUCLIDE « comme un texte de renvoi, où l'on trouve les propositions fondamentales dont on a besoin à chaque instant,

---

[1]) Loc. cit. à la note [12]), p. 379.

[2]) Voir « *Il I libro degli elementi d'Euclide* », a cura di G. VACCA (Firenze 1916), p. VII.

mais pourvu qu'il soit accompagné de commentaires, d'éclaircissements, d'additions, quelquefois de rectifications, faites par un professeur bien pénétré de l'esprit du texte, et que les explications du professeur soient la partie *principale* de l'enseignement ».[1])

Avec le début de ce siècle commence, par conséquent, en Italie et ailleurs, une révision profonde de l'enseignement de la géométrie rationnelle, et cela aussi pour tenir compte des résultats des recherches scientifiques sur les fondements, surtout dans le sens indiqué dans les « *Grundlagen* » d'HILBERT. En Italie le texte qui, dans ce sens, a dicté la loi, a été celui (déjà nommé) d'ENRIQUES et AMALDI, dans lequel on avait tenté, par un sens parfait d'équilibre et une admirable modération, de concilier la méthode originale des *Eléments* avec la méthode nouvelle d'HILBERT. « Les idées qui nous ont inspiré — déclarent les deux illustres auteurs dans la préface — n'ont pas été informées au critère des *innovations radicales*, mais plutôt à un propos de reconstruire d'une façon plus moderne, conformément aux progrès de la science et aux nécessités de l'école, l'antique et pure géométrie que la tradition hellénique nous a conservée avec le nom d'EUCLIDE ».[2]) Cette tentative, en réalité, a eu un tel succès que le texte d'ENRIQUES et AMALDI a dominé, on peut dire presque sans opposition, dans les écoles italiennes, pour plus de vingt ans, c'est-à-dire jusqu'à ce que, avec un autre géomètre illustre, Francesco SEVERI, a été proposée une nouvelle révision des *Eléments*, en revenant à la méthode originale d'EUCLIDE sous certains aspects, et en s'éloignant sensiblement sous d'autres. La critique de SEVERI nous semble tellement aiguë et pertinente qu'elle mérite de laisser la parole à l'auteur: « Les subtilités excessives sur des choses de caractère intuitif, désorientent le débutant. Il n'y a aucun intérêt à insister trop dès le début sur les postulats. Il vaut mieux laisser que la majorité des élèves les considère seulement comme des expressions explicites, que l'on aurait pu sous-entendre, de faits intuitifs, sans trop se préoccuper qu'elle en comprenne la fonction purement logique.

---

[1]) Lettre au « Giornale di matematiche di Battaglini » (vol. VII, 1869, p. 50).
[2]) F. ENRIQUES e U. AMALDI, *Elementi di Geometria* (Bologna 1903).

L'exposition de la matière doit, par conséquent, autant qu'il est possible, s'approcher de la condition idéale suivante: être assimilable par les intelligences médiocres et comprendre en même temps un sens plus caché, qui conduise à des méditations avantageuses les intelligences meilleures... Celui qui se rend compte de la valeur de la critique des principes, ne commettra jamais l'erreur pernicieuse de donner à l'enseignement élémentaire une adresse critique et superlativement abstraite. Il faut connaître la critique pour une maturité intellectuelle personnelle: ne jamais la considérer, aux premiers degrés de l'enseignement, comme un moyen pédagogique ».[1]) Conséquemment SEVERI, par exemple pour l'égalité, revient à EUCLIDE, c'est-à-dire au mouvement. « Sur la façon de traiter cette théorie à la manière d'HILBERT, — dit à ce sujet SEVERI — on ne peut rien objecter logiquement, mais en plus du grave inconvénient didactique d'obliger à assumer comme postulat un des cas d'égalité des triangles (ce cas ne devient intuitif sinon à travers une forme de raisonnement), en offre d'autres tout aussi graves. L'écolier ne réussit pas en effet à comprendre pourquoi on raisonne tant pour démontrer l'égalité de certaines figures, qu'il réussirait lui-même à vérifier de suite par superposition. Quoi que l'on dise, on ne pourra jamais détacher le concept d'égalité de celui de mouvement, parce que les deux concepts sont indissolublement liés dans notre esprit. Et un développement qui dissimule, de quelque façon que ce soit, cette dépendance, ne peut être agréé par le jeune homme qui, lui, ne comprend pas les finesses logiques ... La théorie de l'égalité suivant HILBERT conduit en outre à un morcellement artificieux et nuisible du concept. Pour chaque classe de figures il faut définir à part l'égalité, en déguisant la nature d'une idée qui a un caractère universel. Ce dernier inconvénient est totalement éliminé par le développement euclidien ».[2])

En conclusion, SEVERI se place diamétralement à l'opposé de G. B. HALSTED, dont la tentative d'introduire mot à mot les « *Grundlagen* » de HILBERT dans les écoles, n'avait pas eu de

---

[1]) F. SEVERI, *Elementi di Geometria*, vol. I (Firenze 1933), p. IX.
[2]) Loc. cit. à la note [17]), p. XII.

succès. SEVERI considère le passage de l'abstraction de type euclidien (déjà assez difficile) à l'abstraction de type hilbertien tellement ardu, à le déconseiller sans autre dans l'enseignement moyen, au moins pour la plupart des jeunes.

En cela nous croyons devoir lui donner entièrement raison !

Considérons par exemple l'inconvénient déjà rappelé ci-dessus par les mots mêmes de SEVERI, relatif à assumer comme postulat un cas d'égalité des triangles. En vain ENRIQUES et AMALDI dépensent leur art insupérable à bien tracer, comme dit VAILATI, « les efforts respectifs de l'organisation intuitive et expérimentale d'une part, et du raisonnement formellement rigoureux de l'autre, de façon à apprendre à l'élève à discerner, dès le début, l'exercice d'une faculté de l'exercice de l'autre et le mettre en mesure de se faire de suite un concept clair des exigences et des conditions auxquelles, pour chacune d'elles respectivement, cet exercice doit s'uniformer. » [1])

Les élèves éprouvent une répugnance invincible à abandonner ce moyen puissant (qu'est le mouvement) dont ils se sont servis continuellement durant tant d'années. Peut être seulement dans la troisième année du lycée classique (vers 17-18 ans), il est possible de faire allusion à cette délicate question critique, mais seulement après que les élèves aient déjà acquis une bonne culture de géométrie rationnelle, et après une soigneuse préparation pédagogique, en mesure, à travers la discussion d'exemples et de contre-exemples bien choisis, d'éveiller l'intime exigence de nouveaux concepts. M. G. CHOQUET, dans son bel article « *Sur l'enseignement de la géométrie élémentaire* » (publié en 1955), a fourni un exemple critique très efficace, dans ce domaine. [2])

Nous avons désormais tous les éléments pour reprendre et discuter de façon conclusive le problème que nous nous étions posé, c'est-à-dire *s'il est possible et convenable, et de quelle façon, suivre le conseil de* POINCARÉ. A une distance de presque trente ans, dans la préface de son texte de géométrie rationnelle, SEVERI

---

[1]) G. VAILATI, *Scritti* cit. p. 504 (ou bien: Recensione op. cit. di F. ENRIQUES e U. AMALDI, dans le Bollett. di Bibliografia e Storia delle Scienze matematiche, gennaio-marzo 1904, pp. 16-24).

[2]) Voir le vol. cit. à la note [2]), p. 81.

donne le même conseil, mais dans une mesure atténuée: « Il faut s'inspirer du principe que, dans l'apprentissage de notions nouvelles, l'intelligence tend à suivre un procédé analogue à celui par lequel s'est historiquement développée la science. » [1])

Du vieux texte euclidien, dans son exposition originale, après une profonde critique exercée désormais depuis des siècles et à laquelle le génie italien a fourni une importante contribution (suivant ce que j'ai cherché de tracer dans l'ensemble), bien peu ou rien peut être conservé: *la didactique de la géométrie rationnelle peut, et doit même désormais, en grande partie, faire à moins d'*EUCLIDE. On ne peut plus perdre du temps avec les démonstrations par exhaustion, à la place desquelles l'expérience didactique nous impose désormais de préférer d'autres démonstrations d'un type plus simple: par exemple, pour certains théorèmes de géométrie solide bien connus, l'application du principe de CAVALIERI (lorsque évidemment les élèves ne possèdent pas encore l'arme si puissante et simple, du calcul intégral). La théorie des parallèles, dans la forme primitive d'EUCLIDE, et précisément en partant du postulat de la transversale, est artificieuse et compliquée: on est en mesure aujourd'hui de l'exposer de façon plus simple et efficace, en partant du postulat de l'existence et de l'unicité de la parallèle d'un point à une droite, ou bien (comme SEVERI) du postulat d'après lequel le lieu des points équidistants à une droite, dans un même plan et d'un même côté de la droite, est encore une droite. Les exemples pourraient être multipliés, et pour se convaincre jusqu'à quel point de simplicité et d'élégance on peut enseigner la géométrie rationnelle, il n'y a qu'à consulter par exemple les textes de la collection suisse, présentés et illustrés il y a quelques mois au Séminaire de Lausanne: « *Unterrichtswerk des Vereins Schweizerischer Mathematik- u. Physiklehrer* » (en cours de publication depuis une dizaine d'années).

L'original d'EUCLIDE, limité au livre I, peut (si l'on veut) être enseigné dans les lycées classiques, mais dans ce cas dans son texte grec et dans un but essentiellement humanistique et

---

[1]) « Occorre ispirarsi al principio che, nell'apprendimento di nozioni nuove, l'intelletto tende a seguire un processo analogo a quello con cui si è storicamente sviluppata la scienza. » (Loc. cit. à la note [17])).

littéraire, dans le sens indiqué (suivant les mots rapportés ci-dessus) par NICOLA FESTA: mais ceci n'a aucun intérêt pour nous.

D'autre part, toutefois, il ne fait aucun doute que la *pédagogie euclidienne* est insupérable pour l'enseignement de la géométrie rationnelle et conséquemment pour un enseignement à niveau moyen: « les étapes par lesquelles a passé l'esprit de nos pères », dont parle POINCARÉ, ne sont pas du tout les énoncés ou les démonstrations originales d'EUCLIDE; elles sont au contraire la *forma mentis*, la façon de penser et de procéder propre du texte euclidien, à mi-chemin (je le répète) entre le concret et l'abstrait, entre l'homme primitif et l'homme évolué du XXe siècle.

Telle est et reste en effet la *forma mentis*, la façon de penser et de procéder du jeune d'aujourd'hui et sûrement de tous les temps, entre 12 et 18 ans, qui en général n'a pas la possibilité d'arriver au niveau d'abstraction de la méthode hilbertienne. Surtout la conception de la géométrie comme système hypothétique-déductif lui est étrangère, donc incompréhensible, et par conséquent il faut repousser, à mon avis, les textes qui, comme HALSTED, commencent (en suivant en cela littéralement HILBERT) avec ce que l'on appelle une *convention*: « Nous imaginons trois différentes sortes d'objets. Nous appelons *points* les objets de la première sorte et nous les désignons par les lettres A, B, C, ...; les objets de la deuxième sorte sont nommés *droites...* » [1]).

Sur le chemin des progrès déjà accomplis, on trouvera certainement de nouvelles et plus efficaces façons de traiter la géométrie rationnelle: par exemple en introduisant à temps les vecteurs, comme l'a fait CHOQUET dans sa conférence à *Aarhus* (mais aussi comme l'a fait PEANO il y a de nombreuses années et peut-être de façon plus simple dans des publications précieuses récemment reprises au volume III des « *Œuvres choisies* »); ou bien en perfectionnant la théorie du mouvement, ou même en exposant une théorie générale des correspondances, comme il a été fait (mais encore — il me semble — sans une simplicité suffi-

[1]) G. B. HALSTED, *Géométrie rationnelle* (Paris 1911).

sante) surtout par l'école allemande [1]). De cette façon on s'éloignera toujours plus de la didactique euclidienne; mais on ne s'éloignera pas, nous l'espérons sincèrement, de la *pédagogie* euclidienne, parce que toujours (nous le répétons) le principe de POINCARÉ devra être respecté. Il devra l'être même et surtout dans ces textes dont nous avons déjà eu des aperçus intéressants par l'entremise des professeurs C. BREARD, W. SERVAIS, L. FELIX et autres qui, d'une façon hardie, tentent de fondre la géométrie rationnelle au moyen d'arguments tout à fait modernes tels que la théorie des ensembles, la topologie et l'algèbre abstraite.

Je n'oserais affirmer qu'une telle fusion ait déjà réussi parfaitement, ni je ne saurais dire si, et jusqu'à quel point, elle soit vraiment utile. A ce sujet, je voudrais dire au professeur CHOQUET que, sincèrement, je ne me sentirais pas de le suivre dans une révolution si radicale, si Bourbakiste, telle que celle qu'il souhaite dans sa brillante conférence de *Lausanne*. Ses affirmations relatives à l'intérêt scientifique réduit actuel de ce que l'on appelle les mathématiques élémentaires, vis-à-vis aux mathématiques modernes, me semblent excessives.

Je ne pourrais leur répondre que dans un cadre plus étendu que celui de mon bref discours, et par conséquent je me limite à citer, en me les appropriant, les réserves qui, au bourbakisme en général, ont été récemment fournies par Beniamino SEGRE: « L'abstractisation des mathématiques, tout en permettant quelquefois des rapprochements lumineux et en démontrant dans différents cas l'unicité insoupçonnée du tronc dont partent des branches apparemment assez éloignées entre elles, tend à faire oublier les qualités particulières à ces branches mêmes considérées en concret avec leurs feuilles, fleurs et fruits, et donne à notre science une uniformité grise, qui en plus d'être tout à fait anti-esthétique, peut être funeste aux fins de la recherche [2]). Cette dernière a besoin en effet, habituellement, de motifs et de figurations concrètes, afin de jouir d'analogies

---

1) Voir le vol. II des « *Grundzüge der Mathematik* », publié par H. BEHNKE, F. BACHMANN, K. FLADT et W. SÜSS (Göttingen 1960).

2) « Induce nella nostra scienza una uniformità grigiastra che, oltre ad essere del tutto antiestetica, può risultare esiziale ai fini della ricerca. » Voir B. SEGRE, *In memoria di Giuseppe Peano* (Cuneo 1955), pp. 37-38.

suggestives et d'associations d'idées efficaces. La preuve en est fournie par le fait que les structures qui se sont démontrées fécondes ont été uniquement celles calquées sur des théories déjà existantes; et que l'invention de nouvelles structures n'est pas allée au-delà de celles, pour ainsi dire tératologiques, qui ont été introduites dans le but d'établir l'indépendance des axiomes à placer à la base d'une théorie. » C'est particulièrement contre une trop radicale introduction des mathématiques modernes dans l'enseignement secondaire, que le professeur Ferdinand GONSETH, dans sa conférence de *Lausanne*, a formulé d'autres critiques qui soulignent efficacement un grave danger: celui que la généralité trop grande des mathématiques modernes (sans la préparation soignée que seulement les études universitaires peuvent fournir) fasse perdre aux jeunes le sens du concret, c'est-à-dire le sens des mathématiques au service de la physique, et en particulier de la mécanique classique.

Par contre, je n'aurais aucun doute sur un réel progrès de l'enseignement de la géométrie rationnelle, si on réussissait à y introduire, amplement, l'usage de la logique symbolique dans le sens si cher à PEANO et qui, avec des moyens modernes, a été récemment précisé par le professeur Hans FREUDENTHAL (aussi dans sa conférence d'Aarhus), c'est-à-dire comme un instrument en mesure de mettre en évidence aux élèves chaque passage logique. Quelque tentative intéressante avait été déjà effectuée dans ce sens, sur le livre I lui-même d'EUCLIDE, par VACCA dans ses notes au livret ci-dessus.

Pour terminer, je dois rappeler deux autres qualités pédagogiques vraiment précieuses des *Eléments d'*EUCLIDE. La première est celle qui pourrait s'appeler l'« *efficacité symbolique* », conséquence du fait que tout le traité des *Eléments* est fondé sur l'analyse des plus simples figures possibles. A *Royaumont*, avait été lancé le slogan « à bas le triangle », et il avait été aussi répété à *Aarhus*. Pourtant le triangle est une figure qui, dans son extrême simplicité, renferme un si grand nombre de propriétés, des plus simples aux plus compliquées, à attirer facilement la curiosité des élèves, et même souvent à exercer sur ceux-ci une vraie suggestion. FREUDENTHAL, dans sa sensibilité de pédagogue, a observé quelle force de conviction aient certaines propriétés simples du triangle, aux démonstrations desquelles trouvent immédiatement application certains principes logiques tout à fait généraux qui, en abstrait ou en applications moins simples, seraient difficilement assimilés par les élèves. Il a cité comme exemple, la propriété des trois bissectrices d'un triangle de passer par un même point: exemple typique par lequel chaque élève apprend de suite, et ne l'oubliera jamais plus, la signification et la valeur de la propriété transitive de l'égalité.

A ce point de vue, la valeur pédagogique des *Eléments d'*EUCLIDE est immense. Que l'on ne dise pas que l'étude des propriétés des triangles est longue, compliquée, inutile et ennuyeuse. Les enfants se sentent éloignés des abstractions excessives et des raisonnements détournés ou trop poussés, mais non des complications constructrices. Souvent même ils s'amusent de telles complications, parce que par elles ils mesurent leurs énergies fraîches et peuvent satisfaire leur soif de savoir. Or, les complications de la géométrie du triangle ne présentent pas des difficultés de concept excessives, ce sont des difficultés que les enfants affrontent volontiers, même si pour les vaincre il leur faut du travail et de la patience. On peut dire la même chose des propriétés du parallélogramme, du cercle, etc. Pourquoi mortifier les bons instincts des enfants ? Pourquoi ne pas leur fournir la possibilité de satisfaire leur désir spontané d'apprendre ?

Dans une réunion qui a eu lieu à *Turin* en 1960, sur l'enseignement des mathématiques d'après la méthode MONTESSORI, une maîtresse très habile de Perugia, Mlle PAOLINI, a montré au public un travail effectué par une fille de 6 ou 7 ans, consistant dans un grand tableau où était transcrite la suite des nombres naturels pour plusieurs centaines et milliers d'unités, au moyen d'une distribution spéciale et l'utilisation de différentes couleurs (où ne faisait pas défaut un certain goût artistique), preuve d'une patience infinie et d'une grande application. On pourra dire que ce n'est pas avec des travaux de patience que l'on apprend les mathématiques ! Je réponds que c'est (ou bien que cela peut être) *aussi* avec des travaux de patience, et que dans tous les cas il ne faut pas omettre d'offrir aux enfants toutes les chances possibles pour stimuler (je le répète) la curiosité et le désir de réussir.

La seconde qualité pédagogique des *Eléments d'*Euclide, que je désire souligner pour terminer, est la façon immédiate par laquelle ils introduisent le lecteur dans des arguments variés et intéressants. Il s'agit d'une qualité précieuse dont j'ai déjà parlé à propos de l'enseignement du type intuitif: entrer *in medias res* avec vivacité et courage. Vailati a bien raison quand il dit à ce sujet: « Il est d'une importance primaire que l'élève arrive *le plus tôt possible* à voir dans le procédé de démonstration un moyen pour passer du connu à l'inconnu, c'est-à-dire un instrument d'essai et, plus encore, de recherche, dont seulement plus tard il pourra en apprécier et goûter l'efficacité comme instrument d'analyse et de réduction au minimum des concepts et des hypothèses fondamentales » [1]). Et Vacca, dans l'introduction au livret plusieurs fois cité, observe: « Le premier livre d'Euclide offre en quelques pages, par une exposition harmonique et bien enchaînée, une riche moisson de notions géométriques, peut-être plus que n'importe quel autre livre de géométrie antique ou moderne » [2]).

Mesdames et Messieurs, en terminant mon discours, je tiens à déclarer que je ne veux pas m'illusionner d'avoir dit des choses nouvelles. Peut-être à quelqu'un d'entre vous, j'aurai donné l'impression de vouloir enfoncer des portes ouvertes, mais j'espère qu'à beaucoup d'autres par contre, mes considérations n'auront pas semblé tout-à-fait inutiles. Et si je trouvais non seulement des approbations mais aussi quelque désaccord, je me sentirais entièrement satisfait, pour le plaisir qui m'aura été concédé d'apprendre quelque chose de nouveau. Je vous remercie tous, bien sincèrement, de la patience et de l'indulgence avec lesquelles vous m'avez écouté.

T. Viola.

---

1) G. Vailati, *Scritti* cit. p. 509.

2) « Il primo libro di Euclide offre in poche pagine, in un'esposizione armonica e ben concatenata, una ricca messe di nozioni geometriche, forse più che qualunque altro libro di geometria, antico o moderno. » (Loc. cit. à la note 14), p. XVIII).