

COMMENT FAUT-IL ENSEIGNER L'ANALYSE AUX INGÉNIEURS?

Autor(en): **Blanc, Ch.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1962)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-37958>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

COMMENT FAUT-IL ENSEIGNER L'ANALYSE AUX INGÉNIEURS ?¹⁾

par Ch. BLANC

Avant de donner une réponse à cette question, on pourrait se demander aussi

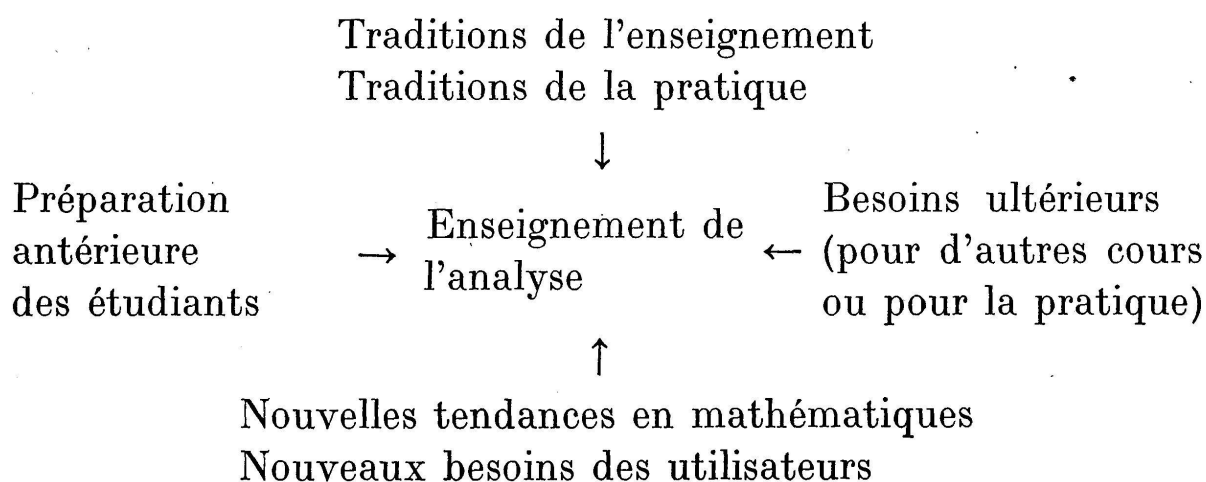
pourquoi faut-il enseigner l'analyse aux ingénieurs?

ou peut-être tout simplement

faut-il enseigner l'analyse aux ingénieurs?

Je ne prétends pas, bien sûr, répondre à ces questions d'une façon complète ni surtout définitive; je souhaite seulement, par les remarques que je vais faire, attirer votre attention sur un problème qui me paraît aussi important (ou même plus important) que celui de l'enseignement des mathématiques abstraites: celui de l'enseignement des mathématiques en vue de leur utilisation. Notons à ce propos qu'il ne faudra pas prendre le terme ingénieurs dans un sens trop restrictif et qu'il serait possible d'étendre la plupart des remarques qui suivent à d'autres catégories d'utilisateurs, tels que certains physiciens, chimistes, ou naturalistes.

Le problème posé ici est un *problème aux limites*, pour prendre une expression familière aux mathématiciens; on en pourrait schématiser les données de la façon suivante:



¹⁾ Conférence prononcée au Séminaire organisé par la C.I.E.M. à Lausanne, le 26 juin 1961.

On ne peut que faire fausse route si on néglige une de ces données, même s'il apparaît qu'elles sont partiellement contradictoires. Nous allons les passer en revue.

Préparation antérieure. — Je pense que la situation peut être très différente selon le mode de recrutement des étudiants. Ici en Suisse, elle est particulièrement compliquée à cause de la diversité des programmes des gymnases et de la grande proportion d'étudiants étrangers. Sans doute une meilleure harmonisation des programmes serait-elle utile, bien que l'on constate que la façon dont une question est traitée joue finalement un rôle plus important que le programme lui-même.

Besoins ultérieurs. — Ils sont souvent fort difficiles à préciser; je voudrais citer un exemple: on critiquerait apparemment à bon droit un enseignement de l'analyse où il ne serait pas question de séries; or, si on y regarde de près, on constate que les séries ne sont pratiquement jamais employées! Sans doute utilise-t-on souvent des approximations de diverses formes (par des polynômes par exemple), ou des développements limités, mais des séries, presque jamais. Je ne recommande pas la suppression de la théorie des séries dans les cours pour utilisateurs, mais il me semble qu'il est bon de savoir qu'elles ne sont pas d'un intérêt primordial au niveau de l'analyse numérique.

Les traditions. — On sait combien elles sont vivantes dans l'enseignement, et le succès de ce Séminaire montre que nous nous préoccupons de ne pas les laisser dégénérer en routines. Les traditions des praticiens sont elles aussi bien ancrées, et tout aussi dangereuses. J'ai souvent remarqué une certaine tendance à juger plus favorablement un jeune ingénieur qui ne trouble pas trop la paisible existence de ses aînés, tandis que celui qui a des idées un peu nouvelles fait figure de gêneur. Il y aurait un danger, pour ceux qui sont responsables de la formation d'ingénieurs, à toujours vouloir s'inspirer des remarques d'hommes dont l'activité a été sans doute féconde mais qui ont un peu perdu le goût des innovations.

Nouvelles tendances. — Il n'est pas nécessaire d'insister sur l'évolution qui s'est produite dans le sens d'une étude plus syn-

thétique des mathématiques, d'une importance accrue donnée aux structures abstraites; l'enseignement de l'analyse aux ingénieurs ne peut pas l'ignorer. Mais ces étudiants ne sont pas des entités définies a priori pour enregistrer ce qu'il nous plaît de leur exposer; ils ont leurs goûts, qui les orientent naturellement vers les réalisations concrètes, ils ont (ici tout au moins), des horaires très chargés qui ne leur permettent pas de consacrer beaucoup de temps à la lecture et à la réflexion; ils ont enfin un besoin toujours accru d'entraînement à manier l'outil mathématique qui est pour eux un moyen de compréhension, d'investigation et surtout de création; l'enseignement de l'analyse doit en quelque sorte les féconder. Citons ici quelques lignes écrites par M. G. DARMOIS (dans la préface au cours de mathématiques de Bass, Dunod 1956): « Une forme d'exposition qui nous paraît être arrivée à un point de perfection, parce qu'elle est complète, élégante et brève, peut dans la réalité n'être pour le plus grand nombre qu'un raccourci impraticable, et que nous devons remplacer par un cheminement plus long sans doute, mais assez aisé et plus riche d'enseignement ».

L'évolution si manifeste qui marque aujourd'hui les mathématiques dans le sens d'une mise en lumière des structures essentielles frappe l'esprit d'un grand nombre de mathématiciens à un point tel qu'ils n'aperçoivent pas un autre fait, tout aussi important pour les mathématiques, et qui apparaîtra peut-être comme primordial à ceux qui feront l'histoire de notre civilisation: je veux parler de la mise en oeuvre des calculatrices électroniques, qui donne aux mathématiciens la possibilité de mettre à l'épreuve les techniques d'analyse qu'ils élaborent depuis plus de deux siècles; ils ne sauraient se dérober aujourd'hui, ils ont à tenir une promesse qui est implicitement contenue dans leurs travaux. Vers 1750, EULER et Daniel BERNOULLI établissaient les équations de l'hydrodynamique; dans un mémoire de 1752 (Sur le mouvement de l'eau par des tuyaux de conduite, E 206), EULER écrivait: « Car pour découvrir ces principes [de l'hydrodynamique], il faut absolument recourir à l'analyse des infinis et pour faire l'application de ces principes à des quantités de cas, l'analyse même des infinis quelque cultivée qu'elle puisse paraître déjà, ne l'est pas encore

assez, et il s'en faut de beaucoup pour nous mettre en état de développer ces cas ».

Sans doute l'hydrodynamique a-t-elle fait de notables progrès depuis cette époque, sans doute les symboles de l'analyse vectorielle permettent-ils de l'exposer avec élégance; mais que répond un mathématicien à un ingénieur qui lui demande d'intégrer les équations de l'hydrodynamique dans le cas de l'écoulement de l'eau dans un canal au profil irrégulier, creusé dans une roche rugueuse? Faudra-t-il continuer longtemps encore à avouer que l'analyse est ici impuissante? On peut sans doute en prendre son parti; il me semble qu'on ne peut le faire honnêtement si on a la responsabilité d'un enseignement donné aux ingénieurs.

Je voudrais, pour préciser mon point de vue, parler d'un domaine particulier, celui des *équations différentielles*; chacun consentira à leur reconnaître une importance de premier ordre dans tous les domaines de la technique. L'ingénieur devra savoir ce qu'est une équation différentielle parce que la plupart des lois de la physique dont il a à faire usage ont mathématiquement la forme différentielle (ou du moins peuvent recevoir cette forme); la théorie générale des équations différentielles lui permettra dès lors de saisir d'une façon précise ce que sont ces lois, elle le renseignera d'une façon aussi complète que possible sur leur contenu. Dans de nombreuses circonstances, l'ingénieur aura à écrire les équations différentielles d'un système physique donné (par exemple s'il veut étudier un phénomène transitoire dans un réseau électrique); enfin, dès l'instant où il aura besoin de résultats quantitatifs, il devra intégrer numériquement les équations obtenues.

Ainsi, un enseignement destiné aux ingénieurs devra comporter trois aspects: une théorie générale, des techniques adéquates pour poser des équations différentielles, enfin des techniques d'intégration numérique.

Ces trois aspects, nous pourrions les distinguer en parlant de

mathématiques pures,
mathématiques appliquées,
analyse numérique.

Au point de vue des *mathématiques pures*, toute l'étude des équations différentielles se ramène en fait à des théorèmes d'existence et à des propriétés des ensembles de fonctions définis par une équation (ou un système). Ces propriétés sont d'un intérêt très variable pour les utilisateurs; je crois qu'on fera bien d'insister sur le fait qu'elles résultent de l'équation elle-même; on pourra montrer, par exemple, que si l'équation ne contient pas la variable indépendante, l'ensemble des intégrales se conserve par translation; on pourra montrer les liens entre le caractère d'une équation et la linéarité de l'ensemble de ses intégrales; il sera nécessaire d'insister sur la notion d'intégrale première, qui joue un rôle si important dans les applications; la notion de wronskien permettra d'établir des propriétés des zéros des intégrales de certaines équations du second ordre; on pourra indiquer les propriétés des ensembles de fonctions définies par des problèmes aux limites homogènes. Enfin, il sera nécessaire de montrer l'équivalence qui peut exister entre un problème différentiel et un problème de variation.

Du point de vue des *mathématiques appliquées*, un cours d'analyse devra comporter des indications sur les méthodes à utiliser lorsqu'on désire poser les équations différentielles d'un problème, puis lorsqu'on veut interpréter les résultats. Dans cet ordre d'idées, je pense que la transformation de Laplace joue un rôle qui doit être signalé. On croit encore assez généralement que cette transformation est utile dans la résolution numérique de problèmes différentiels avec conditions initiales; je l'ai cru moi-même, et je l'ai enseigné. Or je pense aujourd'hui que son utilité est ailleurs. En effet, les calculs qu'il faut faire effectivement lorsqu'on résout par cette transformation un problème avec conditions initiales, se présentent d'une façon très défavorable (du moins dès que l'on ne se limite pas à des cas abusivement simples); d'autres méthodes sont alors bien préférables. Par contre la transformation de Laplace est très utile au moment où on cherche à *établir* les équations différentielles du problème étudié; le formalisme du calcul que l'on appelle encore trop souvent calcul symbolique est alors extrêmement commode, puisqu'il permet en fait une sorte de réduction de l'analyse à l'algèbre.

Il est bien clair que la transformation de Laplace se prête par ailleurs à quantité de développements intéressants, que le professeur d'analyse pourra glisser dans son cours pour sa satisfaction personnelle, sinon pour le profit qu'en tireront ses auditeurs.

Passons maintenant à l'*analyse numérique*. Traditionnellement, après avoir énuméré quelques cas d'intégration par quadratures, on se contente d'ajouter que ces cas sont en somme exceptionnels, et que dans les autres, il est nécessaire de recourir à des méthodes approchées, considérées comme un pis aller qu'on cherche à dissimuler un peu honteusement. Je crois qu'il faut considérer la question tout autrement: l'intégration effective d'une équation différentielle est un problème en soi, qui relève de l'analyse numérique et qu'il n'y a aucun motif de considérer comme moins valable qu'un autre.

Sa résolution utilisera le plus souvent nombre de faits établis dans la théorie générale; il n'y aura aucune raison a priori de préférer une méthode dite exacte (parce que décrite en termes finis) à une méthode grevée du qualificatif d'approchée. On sait par exemple que l'intégration d'un système différentiel linéaire à coefficients constants peut se ramener à un problème d'algèbre; il est indispensable de connaître cette méthode, bien que l'expérience (qui s'appuie ici sur des considérations théoriques précises) montre que la résolution effective peut être obtenue plus sûrement par des moyens approchés.

J'ai fait allusion tout à l'heure à une réduction de l'analyse à l'algèbre: c'est un des aspects de la discrétisation nécessaire dès que l'on se préoccupe de la résolution effective des problèmes d'analyse; c'est dire qu'un enseignement de l'analyse à des ingénieurs fera un emploi considérable de l'algèbre, de certaines questions d'algèbre tout au moins. C'est le cas par exemple des matrices sur les réels: elles sont indispensables lorsqu'on veut écrire certaines choses sous une forme maniable; dès que l'on veut passer au niveau du calcul numérique, il faut être suffisamment entraîné au maniement des matrices pour qu'elles constituent une aide et non une difficulté supplémentaire; il me semble qu'il n'y a alors rien à gagner à les définir à partir des transformations linéaires dans R_n , car ce point de vue trop

restrictif risque d'entraîner l'imagination de l'étudiant loin des faits essentiels.

Revenons un instant au *calcul des variations*; EULER a bien montré, il y a un peu plus de deux cents ans, qu'un problème de variation se ramène à un problème différentiel; depuis lors, on a appris beaucoup de choses sur ces problèmes de variation; on a appris que l'équivalence des deux aspects n'est pas parfaite, mais, ce qui me semble plus important, on a appris, et on devrait donc enseigner, qu'un problème de variation est en général plus facile à traiter numériquement qu'un problème différentiel, et que par conséquent, au niveau de la résolution effective, ce n'est pas le problème de variation qu'il faut ramener à un problème différentiel, mais le passage inverse qu'il faut faire. Un enseignement de calcul des variations qui ne met pas ce fait en évidence est à mon sens incomplet. Il me semble nécessaire de faire remarquer que la discrétisation impliquée par les méthodes numériques est plus indiquée lorsqu'elle porte sur des intégrales (calcul des variations) que lorsqu'on l'effectue sur des dérivées (équations différentielles).

Ainsi, les trois aspects d'une théorie, mathématiques pures, mathématiques appliquées, analyse numérique, doivent être présentés aux étudiants ingénieurs dans un enseignement d'analyse qui leur est destiné (je suis même persuadé que cela serait fort utile pour les étudiants en mathématiques, mais il n'est pas dans mon propos d'en parler ici). On peut encore se demander si ces trois aspects doivent faire l'objet de trois enseignements distincts, ou s'ils devraient au contraire être fondus; j'inclinerais quant à moi pour la seconde manière, un cours d'analyse numérique ou de mathématiques appliquées ne devant pas être considéré comme une sorte de complément mineur à un cours de mathématiques pures, mais devant au contraire le vivifier; d'autre part, l'enseignement des mathématiques pures, dans le contexte général de la formation d'un ingénieur, ne saurait se séparer de l'usage qu'il aura à en faire.

«Le professeur de mathématiques», disait Henri LEBESGUE, «doit rester un professeur d'action». S'il est un domaine où cette pensée doit inspirer celui qui enseigne, c'est sans aucun doute dans un cours d'analyse qui s'adresse à des ingénieurs; la

contemplation des structures fondamentales est bien sûr une source quasi inépuisable de satisfactions personnelles, et je comprends que nombreux soient ceux qui pensent faire leur devoir en cherchant à communiquer leur enthousiasme même à ceux de leurs auditeurs qui auraient pourtant besoin de connaissances plus concrètes; sont-ils vraiment dans le bon chemin? Aujourd'hui déjà, certains mouvements se chargent d'apporter un démenti aux excès d'un formalisme abusif. Il vaut la peine de méditer quelques lignes qui figurent à l'ordre du jour d'un colloque organisé en 1960 par l'OECE, sur le sujet « Les connaissances mathématiques indispensables au chercheur physicien et à l'ingénieur »: « On peut craindre que l'enseignement des mathématiques, qui est naturellement confié à des mathématiciens, excède trop souvent cette mesure. Il serait donc très intéressant de mettre au point le programme de mathématiques indiscutablement indispensables aux ingénieurs et aux chercheurs dans les sciences expérimentales. . . Il semble que les physiciens et les ingénieurs, avec l'aide de quelques éminents mathématiciens, pourraient utilement tenter de tracer cette limite raisonnable ».

Nous sommes ici entre mathématiciens, conscients des responsabilités que nous assumons dans notre enseignement, conscients aussi du rôle que les mathématiques jouent dans le monde qui se transforme sous nos yeux. Nous n'avons pas le droit de considérer notre science pour elle-même seulement, nous ne devons pas la réduire à être son propre but; sans doute serait-il commode de pouvoir le faire; mais alors pourrait bien se préciser la menace que comporte implicitement la citation que je viens de vous lire.

Université de Lausanne.