

ANNEXE AU RAPPORT SUR L'ÉTUDE COMPARÉE DES MÉTHODES D'INITIATION A LA GÉOMÉTRIE

Autor(en): **Servais, W.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **5 (1959)**

Heft 2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-35484>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ANNEXE AU RAPPORT SUR L'ÉTUDE COMPARÉE
DES MÉTHODES D'INITIATION A LA GÉOMÉTRIE
présenté au Congrès international des Mathématiciens par la
Commission internationale de l'Enseignement mathématique

par W. SERVAIS

(Reçu le 28 janvier 1959.)

Le rapport précédent a de grands mérites. Non seulement il organise en une synthèse ordonnée les contributions de dix pays, mais il contient aussi les vues personnelles de l'auteur, M. le professeur H. Freudenthal.

Par sa richesse, sa diversité et sa profondeur, ce rapport amènera le lecteur à remettre en question tel ou tel aspect de l'initiation à la géométrie.

Comme les mathématiques gardent leur jeunesse parce qu'elles sont sans cesse repensées, il convient que leur enseignement soit sans cesse repensé pour garder la vivacité de l'esprit.

Sans doute le plus grand mérite du rapport ci-dessus est de servir de catalyseur aux réflexions.

L'auteur, ayant eu connaissance de notes écrites au fil de la lecture de son rapport, a tenu à ce que soient formulées certaines remarques.

I. Tout d'abord, lorsque l'on parle d'initiation à la géométrie, on pense assez naturellement à la manière de présenter un premier contact pour le jeune débutant.

Cependant, si on considère l'enseignement de la géométrie moins comme un moyen de « transvaser » des connaissances adultes dans des têtes d'enfants, mais comme l'entreprise active de former progressivement la pensée géométrique, il doit y avoir des initiations successives réparties tout au long des études.

Il y aura ainsi une initiation aux figures, une initiation à les reconnaître et à les décrire, à déplacer les figures, à effectuer des transformations du plan et de l'espace et, de même, une initiation

à définir les figures, à déduire des propriétés d'autres propriétés connues, à organiser la déduction.

Enfin, l'initiation au statut de l'édifice déductif et au rôle des transformations et des groupes.

Dans cette manière de voir les choses, il ne faut pas séparer trop nettement l'initiation propédeutique de l'exposé déductif, ni abandonner trop vite le recours au concret parce que l'on croit que l'élève a pris pied dans l'abstrait, ni vouloir faire trop tôt un exposé satisfaisant pleinement le mathématicien.

II. L'enseignement géométrique actif a pour objet de constituer d'abord un « back-ground » de structures mentales. Lorsque celles-ci sont stabilisées et deviennent conscientes, le moment est venu de bâtir sur elles.

Au début de l'initiation, il n'est pas suffisant de s'en remettre à l'expérience géométrique spontanée : celle-ci n'est ni assez ferme, ni assez consciente. A chaque degré d'initiation, la même nécessité d'une structuration active préalable se pose.

Pour vaincre les difficultés, il faut d'abord s'y débattre. Il est donc vain de vouloir sauter un apprentissage mental par une présentation jugée plus directe et plus claire. Souvent, si on recule l'âge où certaines difficultés sont abordées afin de réduire celles-ci, on retrouve les mêmes difficultés à l'âge ultérieur.

La notion abstraite de maturité intellectuelle doit être revue et nuancée. Evidemment, il ne s'agit pas d'affirmer que l'on peut enseigner tout à n'importe qui et à n'importe quel moment. Mais la possibilité d'enseigner une matière est certes liée à l'expérience mentale des élèves, acquise à la faveur des situations pédagogiques progressives dans lesquelles ils ont été placés.

L'inventaire de thèmes fournissant des situations stimulant la curiosité et la recherche est fondamental. En particulier, la question des problèmes *réels* (pour l'élève) est cruciale.

L'enfant se pose-t-il spontanément des problèmes géométriques ? Lesquels ? L'habitude de se poser des problèmes s'acquiert-elle, et comment ?

Lorsque le débutant est conduit à soulever des problèmes, quels sont pour lui les vrais problèmes capables de déclencher la mise en action de ses moyens intellectuels ? Il y a toute une investigation à faire au sujet de l'intérêt relatif des enfants pour

certains problèmes « adultes » ou pour des problèmes de jeux, de montages ou de curiosités scientifiques.

De même, on peut se demander si le besoin de preuves déductives est naturel, spontané ou s'il résulte d'une éducation.

Enfin, dans ce qui précède, on a parlé de l'élève en général. Tous les élèves concrets sont singuliers. Ne faut-il pas que l'éducation géométrique soit assez variée dans ses méthodes et ses moyens pour présenter des aspects accessibles à des mentalités différentes ?

A notre époque, il faudra rechercher les modes d'enseignement pour concilier dans une certaine mesure une éducation mathématique de masse et une formation sélective des élites. N'y aurait-il pas lieu de délimiter une géométrie de base étudiée par tous et débarrassée des développements réservés à l'étude individuelle ?

III. Une question traitée, à bon droit, assez largement dans le rapport est le rôle des transformations géométriques et, singulièrement, l'influence du « programme d'Erlangen » (1872).

Les essais de bâtir une géométrie élémentaire scolaire sont contemporains du « programme de Klein ».

En France, la tentative la première en date est celle de Ch. MÉRAY, dans ses *Nouveaux éléments de géométrie* (1^{re} édition, 1874). L'ouvrage original, touffu, surchargé de néologismes, est assez impropre à l'enseignement. Les *Eléments de géométrie* de Carlo BOURLET (1908), procèdent de ceux de Méray et sont très allégés.

On y trouve :

Postulat de Méray : deux translations rectilignes successives peuvent être remplacées par une seule (page 21).

Définition : deux droites, situées dans un même plan, sont dites parallèles lorsque l'une se déduit de l'autre par une translation (page 24).

Principe : Deux droites parallèles qui ont un point commun coïncident (page 25).

Dans l'esprit du programme d'Erlangen est écrit le *Cours de géométrie* plus récent de R. ESTEVE et H. MITAULT (1936).

Le programme d'Erlangen, qui peut organiser de façon remarquable un cours de géométrie avancé (étude des transfor-

mations et géométrie analytique, emploi de la géométrie en physique), doit faire l'objet d'une initiation progressive.

A la faveur de celle-ci, on considère d'abord une transformation d'une figure en une autre, puis la transformation étendue au plan ou à l'espace tout entier. On étudie ensuite les produits de transformations. Les élèves comprennent vite la transformation d'une figure en une autre; ils acceptent plus lentement l'idée de la transformation opérant sur le plan ou sur l'espace tout entier.

La raison, d'ordre psychologique, semble bien la difficulté à saisir ce qui se passe à l'infini. D'une manière générale, les élèves s'acclimatent malaisément à l'infini géométrique. S'ils répètent avec aisance que la droite n'a pas d'épaisseur et est illimitée, cela n'est bien souvent qu'un exercice verbal vide de pensée personnelle. D'ailleurs, ils accepteront sans sourciller la définition redondante et naïve :

Deux droites parallèles sont des droites situées dans un même plan et qui ne se rencontrent pas, *aussi loin qu'on les prolonge.*

En fait, la géométrie des débutants est essentiellement locale. C'est pourquoi ils ont besoin de figures bornées, qu'ils considèrent avec prédilection. Pour de nombreux élèves, une droite, un angle ne sont pas des figures, tandis qu'un polygone ou un cercle sont des figures pour tous.

Lors de l'étude des droites parallèles, on peut proposer aux élèves le postulat d'Euclide sous sa forme originale :

Dans un plan, lorsque deux droites forment d'un même côté d'une sécante des angles intérieurs dont la somme est inférieure à deux droits, les deux droites se rencontrent de ce côté de la sécante.

On peut aussi donner le postulat de l'unicité de la parallèle :

Dans un plan, par un point extérieur à une droite, passe une seule parallèle à celle-ci.

Si on demande alors la préférence des élèves pour l'un de ces postulats, les élèves plus évolués choisissent en général le dernier,

tandis que les élèves plus faibles trouvent le premier plus clair (sans doute parce qu'il n'engage pas l'infini).

Parmi les déplacements de *figures*, le plus aisé pour les débutants est la translation et le plus difficile, la rotation.

La compréhension d'une transformation présente d'ailleurs plusieurs stades. Ainsi pour la symétrie axiale, on a les étapes suivantes :

- 1° reconnaître qu'une figure a un axe de symétrie (examiner l'effet de la position de l'axe de symétrie relativement à la position du plan de symétrie de la tête);
- 2° reconnaître que deux figures se correspondent dans une symétrie axiale;
- 3° concevoir la définition d'une symétrie axiale du plan;
- 4° démontrer à l'aide de symétrie axiale;
- 5° faire des produits de symétrie axiale.

Ces produits de symétries, nécessaires pour engendrer le groupe des déplacements, sont une notion très élaborée à laquelle on ne parvient pas tout de suite. Quels que soient l'intérêt et la puissance des transformations géométriques pour une étude plus avancée, ce sont des notions qui demandent à être présentées progressivement.

Quant au programme d'Erlangen proprement dit, sa portée n'apparaît que par degrés. Par exemple, on peut faire remarquer, comme le faisaient déjà en 1865 ROUCHÉ et COMBEROUSSE dans leur *Traité de Géométrie élémentaire*, que les propriétés relatives au parallélisme sont susceptibles d'un exposé autonome antérieur à l'étude de la perpendicularité. La notion de transformation affine, présentée, par exemple, à partir des ombres produites par un faisceau de lumières parallèles, servira ensuite à expliquer cette autonomie.

Mais la propédeutique des transformations peut commencer très tôt. N'est-il pas frappant que les tout jeunes élèves qui apprennent la géométrie, lorsqu'ils copient la figure considérée dans une question, tracent toujours, et vraiment d'instinct, une figure semblable ? Ils ont la ferme conviction que toute l'étude s'appliquera à cette figure. Comment ne pas voir qu'il y a là, en germe, l'idée maîtresse : la géométrie euclidienne est l'en-

semble des propriétés invariantes pour le groupe des similitudes !

En conclusion, au lieu de considérer l'enseignement des mathématiques comme la transmission d'une discipline toute faite, il conviendra de plus en plus de le considérer sous l'angle de techniques d'apprentissage. Pour améliorer ce dernier et le hâter, il faudra étudier quelles sont les situations les plus favorables à susciter l'activité spontanée, mentale et concrète de l'étudiant, activité créatrice des structures mathématiques.