Réunion de Neuchâtel, 22 septembre 1957.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1957)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

sympathique fut apportée par la présence de neuf descendants directs d'Euler dont le senior, l'ingénieur Leonhard Euler, rendit un hommage empreint de vénération à l'éminent ancêtre dont la personnalité morale, décara-t-il, répand un éclat incomparable dans la famille Euler actuelle.

Dans la séance d'après-midi du 18 mai, assemblée de printemps proprement dite de la Société mathématique suisse, MM. les professeurs W. Saxer et H. Hopf furent nommés membres d'honneur de la Société, sous les vives acclamations de l'auditoire. La belle et délicieuse conférence du professeur Hopf qui suivit, sur le sujet « Der Eulersche Polyedersatz, ein Ausgangspunkt und ein Zentrum der Topologie », sera publiée *in extenso*, conformément à un désir général, dans *L'Enseignement mathématique* [1].

Réunion de Neuchâtel, 22 septembre 1957.

La Société mathématique suisse a tenu sa 46e assemblée annuelle à Neuchâtel, le 22 septembre 1957, en même temps que la 137e session de la Société helvétique des sciences naturelles, sous la présidence de M. le professeur Stiefel, président de la Société.

Dans sa *séance administrative*, la Société a constitué comme suit son comité pour les années 1958 et 1959: MM. les professeurs G. Vincent (Lausanne), président; H. Jecklin (Zurich), vice-président; B. Eckmann (Zurich), secrétaire-caissier.

Le Comité national suisse de l'Union mathématique internationale a été désigné pour les années 1958 et 1959. Il se compose de MM. Vincent, Jecklin, Eckmann, Saxer, de Rham.

La *partie scientifique* a été consacrée à une conférence principale et à sept communications.

Conférence principale:

B. Eckmann. *Lokale und globale Eigenschaften komplex-analytischer Mannigfaltigkeiten.*

Der Begriff der komplex-analytischen Mannigfaltigkeit verallgemeinert den der Riemannschen Fläche von einer (komplexen) Dimension auf mehrere und spielt für die Funktionentheorie mehrerer komplexer Variabeln und für die algebraische Geometrie eine ähnliche Rolle wie dieser im Fall einer Variabeln. Allerdings stösst man in höheren Dimensionen auf wesentliche Unterschiede gegenüber dem eindimensionalen Fall und gelangt zu Fragestellungen, die auch von selbständigem geometrischem Interesse sind: Existenz einer komplexen Struktur auf einer gegebenen Mannigfaltigkeit, fastkomplexe

[1] Tome IV. (1958).

Struktur und ihre Differentialgeometrie (Integrabilität), Kaehlersche Metrik, Homologieeigenschaften komplexer und algebraischer Mannigfaltigkeiten, homogene komplexe Strukturen, Beispiele nicht-algebraischer komplexer Mannigfaltigkeiten usw. Der Vortrag gibt einen Überblick über differentialgeometrische, topologische und analytische Methoden, die zur Behandlung dieses Fragenkreises entwickelt worden sind und zu Resultaten lokaler und globaler Natur geführt haben.

Résumé des communications

1. Mlle S. PICCARD (Neuchâtel): *Quelques résultats de la théorie des groupes.*

1. *Les groupes d'automorphismes associés à un système d'éléments générateurs d'un groupe.* — Soit G un groupe quelconque, soit S un ensemble d'éléments de G et soit A le groupe de tous les automorphismes (intérieurs et extérieurs, s'il y en a) de G. Tout automorphisme a de G fait passer du système S à un système S_a d'éléments de G et tous les automorphismes a, tels que $S_a = S$, forment un groupe A_s qui contient en tout cas l'automorphisme identique de G. Nous appelons le groupe A_s le groupe des automorphismes associé au au système S. A_s est un sous-groupe de A et, par conséquent si le groupe G, donc aussi le groupe A, sont finis, l'ordre de A_s est un diviseur de l'ordre de A. Nous appelons classe de systèmes d'éléments de G de représentant S, relative au groupe des automorphismes A, l'ensemble des systèmes S_a pour lesquels il existe un automorphisme a de A, tel que $S_a = S$. Si deux systèmes S et S_a d'éléments de G sont de même classe, leurs groupes associés d'automorphismes sont holoédriquement isomorphes.

Supposons maintenant que le groupe G est d'ordre fini N et que S est un système d'éléments générateurs de G. Soit k le nombre d'éléments de ce système et soit $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$. Soit, d'autre part, n_s l'ordre du groupe A_s des automorphismes associé à S et soit n l'ordre du groupe A. D'après ce qui précède, n_s est un diviseur de n. Quel que soit l'automorphisme a de A, le système S_a qui correspond à S dans l'automorphisme a est à son tour un système d'éléments générateurs d'ordre k de G. Soient $n_1, n_2, \ldots, n_r$ ($1 \leqq n_1 < \ldots < n_r \leqq k!, r \geqslant 1$) les ordres distincts des groupes d'automorphismes associés aux divers systèmes formés de k éléments générateurs du groupe G. Nous disons que deux systèmes formés de k éléments générateurs de G sont de même classe relativement au groupe A s'il existe un automorphisme du groupe G qui fait passer de l'un de ces systèmes à l'autre. Pour tout système S formé de k éléments générateurs de G auquel est associé un groupe d'automorphisme d'ordre n_i, la classe de systèmes générateurs d'ordre k de représentant S comprend n/n_i systèmes d'éléments générateurs.

Nous appelons ensemble complet de représentants de systèmes générateurs d'ordre k de G relatif au groupe des automorphismes A tout ensemble de systèmes générateurs d'ordre k qui contient un représentant et un seul de chaque classe d'équivalence relative aux automorphismes de G. Le nombre total de ces représentants est un invariant du groupe G, de même que le nombre m_i des représentants d'un ensemble complet de représentants auquel est associé un groupe d'automorphismes d'ordre n_i, quel que soit $i = 1, 2, \ldots, r$. Le nombre total m de systèmes formés de k éléments générateurs du groupe G est à son tour un invariant qu'il est intéressant de connaître. Cet invariant est donné par la formule $m = m_1\, n/n_1 + m_2\, n/n_2 + \ldots + m_r\, n/n_r$ et pour connaître tous ces systèmes, il suffit de connaître un système complet de représentants des systèmes de k éléments générateurs de G, relatif au groupe des automorphismes, ainsi que le groupe des automorphismes de G associé à chacun de ces représentants.

A chaque système formé de k éléments générateurs de G est associé un groupe d'automorphismes dont l'ordre est un diviseur de n et le nombre total des systèmes de k éléments générateurs de G est un multiple du plus grand commun diviseur des nombres n/n_i, $i = 1, 2, \ldots, r$, où $n_1, n_2, \ldots, n_r$ sont les ordres distincts des groupes d'automorphismes associés aux divers systèmes formés de k éléments générateurs de G.

Dans le cas particuliers où $k = 2$, c'est-à-dire dans le cas de systèmes générateurs du second ordre de G, on a les résultats suivants: Quel que soit le couple a_1, a_2 d'éléments générateurs de G, s'il existe un automorphisme non identique a de G qui transforme le système a_1, a_2 en lui-même, cet automorphisme a est unique, il est du second ordre et il fait passer de a_1 à a_2 et de a_2 à a_1. On peut répartir les systèmes générateurs du second ordre d'un tel groupe en systèmes générateurs de première et ceux de seconde espèce. Un système générateur du second ordre est dit de première (seconde) espèce si le groupe d'automorphismes qui lui est associé est d'ordre 1 (2). Si le groupe G ne possède aucune base de seconde espèce, le nombre total de ses systèmes générateurs du second ordre est un multiple de l'ordre n du groupe des automorphismes. D'autre part, si G possède au moins un système formé de deux éléments générateurs qui est de seconde espèce, l'ordre n du groupe A de ses automorphismes est pair et le nombre total de systèmes générateurs du second ordre de G est un multiple de $n/2$.

Plus généralement, quel que soit l'entier k et quel que soit le système $S = \{ a_1, a_2, \ldots, a_k \}$ formé de k éléments indépendants (dont aucun ne peut être obtenu par composition finie des $k - 1$ autres) générateurs de G, S possède un groupe associé d'automorphismes dont l'ordre n_i est compris au sens large entre 1 et $k!$ Quelle que soit la permutation $i_1, i_2, \ldots, i_k$ des nombres $1, 2, \ldots, k$, s'il existe en auto-

morphisme du groupe G qui fait passer de a_j à a_{i_j}, quel que soit $j = i, 2, \ldots, k$, cet automorphisme est unique. Le groupe des automorphismes associé à un système de k éléments générateurs de G est d'ordre compris entre 1 et $k!$ Quel que soit l'ordre (fini ou infini) du groupe G qui possède des systèmes formés d'un nombre fini k d'éléments générateurs.

2. *Une proposition concernant le groupe engendré par deux cycles connexes du même ordre.* — Soient $m > 1$ et n $(m < n < 2m - 1)$ deux entiers et soient C et C′ deux cycles connexes et primitifs d'ordre m qui permutent au total n éléments. Si tout couple de cycles connexes et primitifs d'ordre m qui permutent au total $n - 1$ éléments engendre le groupe symétrique ou le groupe alterné des substitutions des éléments qu'ils permutent, C et C′ engendrent à leur tour le groupe symétrique ou le groupe alterné des substitutions des éléments qu'ils permutent.

3. *Une condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions de degré* n *soient connexes.* — Soient S et T deux substitutions des éléments de l'ensemble $E = [1, 2, \ldots, n]$. Nous disons que S et T sont *connexes* s'il n'existe aucun sous-ensemble propre E* de l'ensemble E, formé de la totalité des éléments de certains cycles aussi bien de S, de T. Si l'une au moins des substitutions S ou T est circulaire, S et T sont évidemment connexes. Supposons qu'aucune des substitutions S, T n'est circulaire. Alors la condition nécessaire et suffisante pour que S et T soient connexes c'est que, quels que soient les deux cycles C et C′ de S, il existe un entier $k \geqq 1$ et $2k + 1$ cycles $C_1, C_2, \ldots, C_{2k+1}$, tels que $C_1 = C$, $C_{2k+1} = C'$ et que C_{2i} $[C_{2i+1}]$ fait partie de T [S] quel que soit C_i $(i = 1, 2, \ldots, k)$.

2. Mme R. C. H. TANNER (Wallington): *Sur la nullité.*

On distingue dans les mathématiques élémentaires quatre conceptions du zéro, nettement différentes:

(1) Dans l'énumération écrite, — notation pure, place vide.
(2) Dans l'évaluation numérique, — quantité nulle.
(3) Dans le calcul additif, — opération nulle, sans effet.
(4) Dans le calcul multiplicatif, — l'anéantissement.

La méthode axiomatique moderne passe directement à la troisième conception, *l'opération nulle*, mais en la dédoublant. Dans un espace d'éléments abstraits n, on fait régner, axiomatiquement données, deux opérations simultanées, $+$ et $\times$. Il existe deux éléments neutres, 0 vis-à-vis du $+$, 1 vis-à-vis du $\times$, deux opérations nulles, sans effet, $+ 0$ et $\times 1$. Ce parallélisme enlève au zéro mathématique une partie de son air insolite. *Le 0 n'est plus une nullité en soi.* Dans leurs rôles neutres, 0 et 1 se ressemblent parfaitement. Dans leurs

rôles effectifs, $\times$ 0 et $+$ 1, ils se distingueront cependant du tout au tout: *le 0 demeure une singularité parmi nos éléments abstraits n*, une singularité unique en son genre.

Le système proposé n'est pas réalisé par l'algèbre numérique seule. La théorie des ensembles s'y prête aussi, lorsqu'on prend pour 0 l'ensemble vide, pour 1 le champ entier, pour $+$ l'union, pour $\times$ l'intersection. Une troisième réalisation, le calcul modulaire, utilise toutes les notions arithmétiques élémentaires tout en séparant nettement le 0 quantitatif de l'opération nulle. Les éléments n sont en nombre fini, par exemple 7, et l'on pose alors $0 = 7$.

Une interprétation intermédiaire entre l'algèbre numérique et l'algèbre des ensembles existe, *l'algèbre des quantités à plusieurs valeurs numériques*. L'élément n a un ensemble quelconque de valeurs, cet ensemble pouvant être vide. La *somme* $n + n'$ a toutes les valeurs sommes d'une valeur de n et d'une valeur de n' au sens primitif; et de même pour le *produit* $n \times n'$. Si n' n'a pas de valeurs, $n + n'$ et $n \times n'$ *sont tous deux égaux à n*. On a l'élément 0 neutre relatif à l'addition, — quantité ayant l'unique valeur 0; on a l'élément 1 neutre relatif à la multiplication, — quantité ayant l'unique valeur 1; et l'on a ce nouvel élément *totalement neutre*, soit œ ou ö, pour lequel $n + ö = n$, $n \times ö = n$. Vis-à-vis des opérations algébriques ordinaires, ö reste toujours inerte, tout autre que le zéro 0. Le ö est une nullité véritable, un « rien ».

Ce caractère, le zéro 0 ne l'avait qu'au stage préliminaire admettant *une seule sorte d'opération*, le $+$. L'algèbre abstraite y relative admet *l'unique élément neutre 0*, se rattachant à *l'unique opération nulle* $+$ 0 [1]. Le caractère de « nullité véritable » apparaît comme transitoire, devant disparaître au stage suivant par un développement tout naturel de l'appareil en cause.

Le nouvel élément neutre ö est dans le même cas. En effet, la quantité à plusieurs valeurs n n'est pas seulement de nature numérique; par son côté ensemble, n est susceptible de subir les opérations d'union et d'intersection, $\cup$ et $\cap$. Or

$$n \cup ö = n\,, \qquad n \cap ö = ö\,.$$

L'inertie du ö se maintient vis-à-vis de l'union. Mais, tout comme au cas du zéro 0, il lui revient désormais un rôle effectif, un seul. Et c'est un rôle *singulier*.

Ces observations visent au rapprochement entre la nullité mathématique (obstacle majeur dans l'initiation mathématique) et l'usage courant, bien antérieur, lui, à l'introduction du symbole 0 et à l'émergence du zéro mathématique. L'une et l'autre consacrent la triple

[1] C'est le système du calcul opératoire proprement dit, les signes $+$ et 0 y étant remplacés, cependant, par $\times$ et 1 respectivement.

gradation: négation absolue, affirmation du néant absolu, affirmation d'un néant relatif [1].

3. H. Bieri (Bern): *Beitrag zu einem Extremalproblem über konvexe Rotationskörper.*

Dem Hauptproblem über konvexe Rotationskörper kann folgende Wendung gegeben werden:

« Vermittelst zweier der drei Funktionen

$$x = \frac{4\pi F}{M^2}, \qquad y = \frac{48\pi^2 V}{M^3}, \qquad z = \frac{36\pi V^2}{F^3}$$

wird eine Abbildung der konvexen Rotationskörper auf eine Ebene bewerkstelligt. Gesucht ist der Rand des Bildes. »

Wählen wir x und z, so ist der bisherige Stand des Problems der folgende:

Bekannt sind zwei Randstücke, nämlich

1. Die Strecke $z = x$, $0 \leqslant x \leqslant 1$.
2. Eine gewisse transzendente Kurve, welche die Punkte P $(0, 8/\pi^2)$ und Q $(1, 1)$ verbindet.

Zu 1 gehören als Extremalkörper die *rotationssymmetrischen Kappenkörper der Kugel*, zu 2 die symmetrischen *Kugelschichten*. Beiden Scharen gemeinsam ist die *Kugel*.

Es ist nun gelungen, ein weiteres Randstück aufzufinden bezw. weitere Extremalkörper aufzuzeigen, nämlich eine *einparametrige Kegelschar*, wobei der Oeffnungswinkel in einem gewissen, explizit zu berechnenden Intervall variiert. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass derjenige Kegel, dessen Bildpunkt senkrecht über dem Bildpunkt der Kreisscheibe, P $(0, 8/\pi^2)$, liegt, zu der genanten Schar gehört. Die gefundenen Extremalkörper besitzen für vorgegebenes M und F zum Teil ein *absolutes*, zum Teil ein *relatives Minimum des Volumens*.

Das Beweisverfahren ist indirekt. Zunächst beschränkt man sich auf *polygonale Rotationskörper*. Sodann führt man passende Nebenbedingungen ein, was Aussagen über das Bild in keiner Weise beeinträchtigt, und löst alle Extremalproblem 1. Stufe.

A. Bei *fester Länge 1* gibt man sich eine der Masszahlen M, F, V vor und sucht die Extrema der beiden andern Gemäss 1) erhält man einen rechteckigen Bereich B_1. Die Vereinigungsmenge dieser Bereiche überdeckt das gesuchte Bild, und man erhält einen allerdings nur *unscharfen Rand*.

---

[1] Ouvrages auxquels allusion aura été faite, entre autres:
K. Knopp, *Unendliche Reihen*, 4e éd., 1947 (chap. 1, § 1, note 1);
E. R. Stabler, *An Introduction to Mathematical Thought*, 1953 (chap.. ?, § 3);
R. C. Young, *Elemente der Mathematik*, VII, 1952 (pp. 32-35); *Math. Annalen*, 104 (1931) (pp. 260-290).

B. *Bei festem Aequatorradius r* verfährt man analog und erhält einen im Allgemeinen sechseckigen Bereich B_2. Der erhaltene Rand ist ebenfalls nur *unscharf* [1].

Legt man nun die beiden Randsysteme zusammen und berücksichtigt überall die günstigeren Stücke, so wird ein Stück der Kegelkurve freigelegt, w.z.b.w. [2].

4. K. Arbenz (Rapperswil/SG): *Zu den Integralgleichungen der konformen Abbildung.*

(Siehe *Zeitschr. f. angew. Math. und Physik (ZAMP)*, Vol. VIII, 3, S. 251.)

5. E. A. Fellmann und J. O. Fleckenstein (Basel): *Honoratus Fabri, ein « missing-link » zwischen der Indivisibilienmethode und der Fluxionsrechnung.*

Bekanntlich hat Cavalieri mit der Einführung des Indivisibels als derjenigen scholastischen « Forma » (substantialis), welche aus den Punkten als den « materialen » Elementen das Kontinuum prägt, den ersten Schritt zum Leibnizschen Calculus getan. Cavalieris bekanntes Prinzip lässt jedoch eine mehr statische Interpretation dieser Indivisibilien im Archimedischen Sinne zu, während die mehr dynamische Auffassung einer Erzeugung des Kontinuums aus dem « Fluxus » eines Indivisibels zur späteren Fluxionsrechnung führt. Der Jesuit Honoré Fabri (1606-1688) — auf den sich übrigens Leibniz selber in seiner Jugendschrift « Physica nova » (1670) bei der funktionellen Umdeutung des Indivisibilienbegriffs beruft — hat das Neue in der Methode Cavalieris in der « fliessenden » Erzeugung der geometrischen Gebilde erblickt, indem der Fluxus die Zeit veranschaulicht (Gignitur autem quantitas continua per motum, linea quidem per motum seu fluxum puncti, superficies per motum lineae...). In seiner Synopsis geometrica (Lyon, 1669) hat er die Geometrie gemäss dieser Maxime genetisch deduziert. Hier werden die geometrischen Gebilde in 12 Klassen eingeteilt; die erste enthält diejenigen, welche durch den Fluxus eines konstanten Indivisibels entstehen, wie die Parellelogramme in der Ebene oder die Prismen im Raum. Bei den anderen Klassen ändert sich das Indivisibels s mit der Höhe h des Cavalierischen Axenschnittes; in der zweiten Klasse ist $s = f(h)$, in der dritten $s = f(h^2)$, in der vierten $s = f(h^n)$. Die übrigen Klassen sind künstlich nach besonderen Einteilungsprinzipien gebildet oder einfach entsprechend der erzeugenden Indivisibilien, wie etwa die achte Klasse der parabolischen Trilinea.

---

[1] Resultate von Herrn H. Hadwiger, Bern.

[2] Führt man als Nebenbedingung einen festen Zylinder ein, so wird sich das gefundene Resultat verbessern lassen.

Je nach Wahl der erzeugenden Elemente kann eine geometrische Figur gleichzeitig in verschiedene Klassen fallen. Figuren, welche in irgendeiner Beziehung zu derselben Klasse gehören, werden *homogen* genannt. Mit diesem etwas dürftigen Homogenitätsprinzip operiert Fabri bei seinen infinitesimalen Untersuchungen, welche Leibniz neben den Arbeiten von Cavalieri und Gregorius a St. Vincentio als wichtig für die Entdeckung seines Calculus (1675) bezeichnet hat, nicht ohne Erfolg. Neben der mehr didaktisch orientierten Synopsis hat nämlich Fabri auch ein Opusculum geometricum de linea sinuum et cycloide (Rom, 1659) verfasst, in welchem u.a. nicht nur die Vollzykloide, sondern auch das Zykloidensegment quadriert wird. Fabri hat auch die Quadratur der Sinusfläche resp. ihres Segmentes 65 Jahre vor Pitot (1724) antizipiert, wo die Sinuslinie durch Abwicklung derjenigen Ellipse hergeleitet wird, welche auf einem geraden Kreiszylinder durch eine Schnittebene gebildet wird, die gegen die Grundfläche unter einem Winkel von 45^0 geneigt ist und diese in einem Durchmesser schneidet. Er leistet weiter die Kubatur der entsprechenden Rotationsgebilde von Sinuskurven- und Zykloidensegmenten samt der Bestimmung ihrer Schwerpunkte, wie eine eingehende Analyse seiner mathematischen Schriften zeigt, die E. A. Fellmann in dem *Giornale di Storia delle Scienze*, 1958, publizieren wird. Diese Beiträge Fabris zur Infinitesimalmathematik des siebzehnten Jahrhunderts scheinen uns weder in inhaltlicher noch in formaler Hinsicht « unwesentlich » zu sein.

Entgegen Cantors Auffassung, welche das allgemeine Urteil über Fabris mathematische Leistungen geprägt hat, halten wir dafür, dass Leibniz in seiner Besprechung der Newtonschen Infinitesimalrechnung von 1704 (Anhang zur Optik) keinesfalls Newton beleidigen konnte, als er dessen Fluxionsrechnung mit der Systematisierung der Cavalierischen Indivisibilienmethode bei Fabri verglich. Im Gegenteil hat der grosse Synoptiker Leibniz sehr genau die ideengeschichtlichen Zusammenhänge fixiert, als er in Fabri einen — zwar bloss geometrischen — Vollzug des Überganges vom statischen Indivisibilienbegriff zum dynamischen Fluxionsbegriff erkannte. Wenn tatsächlich der Prioritätsstreit zwischen Leibniz und Newton wegen dieser als Beleidigung empfundenen Leibnizschen Rezension ausgebrochen sein sollte, so wäre dies nur ein Symptom für die Treffsicherheit historischer Urteile des Philosophen.

6. J. J. Burckhardt (Zürich): *Zwei griechische Ephemeriden.*

Die beiden Ephemeriden, die wir im folgenden behandeln, stammen aus dem vierten und fünften Jahrhundert unserer Zeitrechnung. Sie sind veröffentlicht in den Arbeiten:

I. An Astronomical Almanac for the Year 348/9 (P. Heid. Inv. No. 34) by O. Neugebauer; *Hist. Filol. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, *36*, No. 4 (1956);

II. An Ephemeris of 467 A. D. by Herber D. Curtis and Frank E. Robbins; *Publ. of the Observatory of the Univ. of Michigan*, 6 (1937), No. 9, S. 77-100.

Wir bezeichnen sie im folgenden mit (I) und (II). (I) ist eine Ephemeride über ein ganzes Jahr, je für den 1., 6., 11., 16., 21. und 26. Tag eines Monates berechnet, während (II) über etwa anderthalb Monate die täglichen Stellungen gibt. Die Jahresbestimmung wurde von den Herausgebern auf Grund der astronomischen Angaben vorgenommen, mittels moderner Tafeln wurde das Ergebnis verifiziert.

Wir stellen uns die Aufgabe nachzuprüfen, ob diese Ephemeriden mit Hilfe der « Handlichen Tafeln » des Ptolemaios berechnet sein können (siehe das dreibändige Werk von Abbé Nic. Halma: « Commentaire de Théon d'Alexandrie sur les tables manuelles de Ptolémée. Paris, 1822-1825) ».

1. Die Ephemeriden (I) und (II) verwenden den alexandrinischen Kalender; ihre Daten sind von den Herausgebern in julianische Daten umgerechnet worden. Um die Handlichen Tafeln anwenden zu können, muss man in den aegyptischen Kalender umrechnen.

2. O. Neugebauer (I, S. 14) bemerkt, dass die Mondtabelle offensichtlich unrichtig berechnet ist. Er kommt zu diesem Ergebnis durch Vergleich mit der Berechnung mittels moderner Tabellen. Wir haben die Mondbewegung nach den Handlichen Tafeln nachgerechnet und kommen zum selben Schluss.

Die Tabelle für Saturn ist in (I) vom 21.I an vollständig erhalten, von Jupiter fehlen die beiden ersten Monate, sowie die alexandrinischen Monate VII-X. Von Venus sind nur etwa drei Monate erhalten, von Merkur die ersten sechs. Mars fehlt vollständig.

Unsere Nachrechnung ergibt, dass die Papyruswerte etwa $1^0\,40'$ grösser sind als die berechneten. Der Grund dieser Abweichung liegt, nach einer freundlichen Mitteilung von B. L. van der Waerden, in einer Bewegung der Aequinoctien, die nach Theon die alten Astrologen annahmen (siehe Halma, Bd. 1, S. 53, ferner Delambre, *Hist. de l'astr. anc.*, Bd. 2, S. 625).

3. Die Ephemeride (II) erstreckt sich vom 19. September bis zum 31. Oktober und gibt die täglichen Längen von Sonne, Mond und den fünf Planeten. Leider sind nur Teile von Ende September und Ende Oktober erhalten. Von Saturn ist fast alles verloren.

Die Nachrechnung ergibt Übereinstimmung bis auf einzelne Minuten und zeigt, dass diese Ephemeride ohne Berücksichtigung der Hypothese der alten Astrologen über die Bewegung der Aequinoctien berechnet wurde.

Eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse soll in einer zweiteiligen Arbeit mit B. L. van der Waerden über « Die Handlichen Tafeln des Ptolemaios » und « Zwei griechische Ephemeriden » erfolgen.

7. R. GUY (Zürich): *Sur la dérivation covariante des spineurs.*

Soient: une variété différentiable V_4 sur laquelle est définie un ds^2 de type hyperbolique normal; un espace fibré E de base V_4 de groupe structural le groupe de Lorentz $\mathfrak{L}$; une connexion infinitésimale π sur E; un espace vectoriel M (ici produit tensoriel d'un espace vectoriel P de dimension complexe 2 et de son dual P*) espace d'une représentation linéaire $R(\mathfrak{L})$ de $\mathfrak{L}$. On appelle *tenseur* [1] *de type* $R(\mathfrak{L})$ sur E une application $z \to t(z)$ de E dans M telle que pour $g \in \mathfrak{L}$, $t(zg) = R(g^{-1})\, t(z)$. On montre que pour un tel champ de tenseurs, on peut toujours construire une forme différentielle linéaire à valeur dans M de type $R(\mathfrak{L})$

$$D\,t = dt + \overline{R}(\pi)\, t\ ,$$

dite *différentielle absolue* de t, où $\overline{R}(\pi)$ est la représentation de l'algèbre de Lie $L(\mathfrak{L})$ de $\mathfrak{L}$ dans $L[R(\mathfrak{L})]$ induite par R.

Si dans P opère transitivement le groupe unimodulaire $\mathfrak{S}$, M [2] est l'espace des 4-spineurs ψ et $\mathfrak{L} = R(\mathfrak{S})$. Les spineurs sont des tenseurs au sens donné plus haut. En faisant les calculs, on arrive pour $D\psi$ à une expression semblable à celle donnée par E. CARTAN [3] et l'on est parvenu à ce résultat par un procédé global, régulier, canonique, permettant d'opérer une discrimination parmi les différentes définitions proposées par les physiciens.

---

[1] Cf. A. LICHNEROWICZ, *Théorie globale des connexions et des groupes d'holonomie.* Cremonese, Rome, 1955.

[2] On suppose que l'application $z \to t(z)$ est possible. Voir à ce sujet A. HAEFLIGER, *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 244, p. 558, 1956.

[3] E. CARTAN, *Leçons sur la théorie des spineurs*, vol. II, p. 86. Herrmann, Paris, 1938.