D. POMPEIU (1873-1954)

PAR

Pierre SERGESCU.

Le 7 octobre 1954 est mort à Bucarest le mathématicien roumain D. Pompeiu. Né en 1873, Pompeiu fit ses études mathématiques à Paris, où il eut comme maîtres H. Poincaré, E. Picard, G. Koenigs et Paul Appell. Sa thèse de doctorat, soutenue le 31 mars 1905, produisit une certaine impression à l'époque. En effet, contrairement à l'opinion courante, D. Pompeiu prouvait qu'une fonction analytique pouvait rester continue sur l'ensemble de ses points singuliers. La théorie des fonctions fut le domaine de prédilection de Pompeiu. Il a mis en valeur l'importance de l'intégrale de Morera et de l'intégrale de Cauchy. Le problème des rapports entre la continuité et la monogénéité des fonctions l'a beaucoup préoccupé. Il a posé le problème de la détermination de l'ensemble des points z d'un domaine tel que la monogénéité dans les points de z. Il a publié à ce sujet un mémoire dans l'*Enseignement mathématique*, tome 12, 1910. Une question en étroite liaison avec les singularités, le *prolongement analytique*, a formé également l'objet de travaux de D. Pompeiu, qui s'est engagé dans la voie ouverte par P. Painlevé. Il a précisé les conditions dans lesquelles on pouvait prolonger une fonction définie à l'aide de l'intégrale de Cauchy.

Un second chapitre de la théorie des fonctions où Pompeiu a apporté des résultats intéressants est celui de la *dérivée aréolaire*, qu'il a définie. Considérons le rapport

$$\frac{\dfrac{1}{2i}\displaystyle\int_\gamma f(z)\,dz}{\text{aire renfermée par } \gamma}.$$

Si ce rapport a une limite unique lorsque γ se resserre autour d'un point z_0, cette limite s'appelle la dérivée aréolaire de $f(z)$ en z_0. C'est un opérateur indépendant des dérivées partielle. Il a donné l'expression d'une fonction lorsqu'on connaît sa dérivée aréolaire.

Il a étudié les rapports entre le module maximum d'une fonction analytique et les modules maxima des parties en lesquelles on peut la décomposer et dont elle est la somme. Il a établi ainsi que les inégalités de Cauchy relatives aux coefficients de la série de Taylor caractérisent cette forme de développement.

Il a examiné aussi les conditions de convergence d'une série de fonctions, le théorème des accroissements finis et son réciproque dans le cas des variables complexes, le prolongement analytique et bien d'autres problèmes mathématiques.

Ce qui caractérise l'œuvre mathématique de D. Pompeiu est sa profonde originalité. Il a su regarder avec des yeux nouveaux les parties les plus classiques de l'Analyse et se poser à leur sujet les questions inattendues qu'il a résolues avec pénétration et habileté. Il a ouvert ainsi la voie à bien des chercheurs.