# 2.

ceci à celle du psychologue face à l'enfant; il s'agit de ce qui ressort immédiatement de la nature de la chose et non de ce qui est destiné d'emblée à l'enseignement.

## 2.

L'histoire des mathématiques nous fournit *des modèles de ces « mathématiques »*. — La mathématique égyptienne qui nous a été transmise par le *papyrus Rhind* est autre que celle des Sulvasutras, et toutes deux ont des caractères essentiellement différents de ceux de la mathématique de Héron et d'Euclide de l'époque alexandrine et de celle du Persan ALCHWARASMI de l'époque d'épanouissement de la culture arabe. Les mathématiques du XVIII^e^ siècle ne sont pas non plus celles qui viennent d'être citées et celles de notre époque ne sont pas celles du XVIII^e^ siècle.

Ce sont des mathématiques différentes quant à leur extension et leur contenu, quant à leur systématique en général et leur ordonnance en particulier, quant aux notions primitives et leurs modes de démonstrations et finalement quant aux motifs qui ont conduit à ces connaissances et aux applications qui en ont été faites.

Et pourtant c'est toujours la même mathématique, si l'on songe qu'il ne s'agit en somme que des mêmes matières vues en des perspectives différentes. Toujours on a $2.2 = 4$, $a + b = b + a$, la somme des angles d'un triangle $= 180°$ et pour le triangle rectangle $a^2 + b^2 = c^2$.

C'est de cette vision et de cette conception générale des mathématiques qu'il s'agit ici. Son histoire nous ouvre un vaste domaine: du concret à l'immatériel en ce qui concerne l'objectivité des faits, de l'empirisme au logique dans les procédés de recherche de propositions, du contenu matériel jusqu'au formel en systématique, des motifs pratiques à la spéculation dans les causes profondes; et il y a dans tout ceci un fait capital: les motifs, les notions, les procédés et la systématique forment à chaque époque et dans chaque cas un tout dont les parties sont organiquement équilibrées.

Les réflexions conduisant à ces résultats n'ont rien de commun avec la loi psychogénétique; ils apparaissent forcément à celui qui cherche à comprendre dans leur sens exact les écrits mathématiques.

Le sens du développement historique des mathématiques quant à l'objectivité des faits et des modes de recherche de propositions incite à les caractériser selon ces différents niveaux de connaissance. Même en admettant des transitions, on peut distinguer trois niveaux bien déterminés:

*a)* le niveau réaliste ou expérimental-inductif,
*b)* le niveau intermédiaire intuitif, où le terme intuitif se rapporte aussi bien aux notions qu'aux procédés,
*c)* le niveau formel ou logico-déductif.

Les domaines (et la systématique) des trois niveaux ne se recouvrent nullement. Tout ce qui est naturellement expérimental-inductif appartient au premier niveau. Ainsi, ni la division d'une fraction par une fraction, ni le théorème de la somme des angles d'un triangle n'y appartiennent. Au deuxième niveau appartient, en plus de toute la matière du premier, tout ce qui est accessible à l'intuition prise dans le sens qu'on donne communément à ce terme dans l'expression «enseignement intuitif», par exemple la règle de division d'une fraction par une autre et les nombres relatifs, mais pas l'irrationnel, le théorème de la somme des angles d'un triangle, mais pas celui de Pascal ni celui de Brianchon. Le troisième niveau enfin englobe la totalité des mathématiques.

3.

Le passage de considérations historiques à des considérations épistémologiques rend nécessaire une remarque préliminaire.

Dans la totalité du complexe «les mathématiques comme science de l'ordre et de l'orientation et comme fonction ordonnatrice et de direction de notre être conscient», deux groupes d'expressions jouent un rôle particulier: perception (Anschauung) et concept, ainsi que perception et pensée. Perception et concept désignent deux pôles de la connaissance qui ne peuvent se manifester de façon indépendante l'un de l'autre, c'est-à-dire que