SUR DES OCTOGONES ET DES DÉCAGONES A CÔTÉS OPPOSÉS PARALLÈLES

Autor(en): **Bioche, Ch.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1939-1940)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-515791

SUR DES OCTOGONES ET DES DÉCAGONES A CÔTÉS OPPOSÉS PARALLÈLES

PAR

Ch. Bioche (Paris)

J'ai eu occasion de faire remarquer que, si une circonférence est divisée en six parties égales, il y a, parmi les hexagones qui ont pour sommets les points de division, six hexagones dont les côtés opposés sont parallèles. (*Bull. Soc. Math. de France*, 1930, p. 90). Cela m'a conduit à considérer le cas où il y aurait $2n$ points de division. Il y a lieu de distinguer deux cas suivant que n est pair ou impair, parce que ce n'est que dans le second cas que les rangs des côtés opposés sont de parités différentes, comme cela a lieu pour les hexagones; d'où il résulte que le théorème de Pascal est un cas particulier d'un théorème sur les faisceaux de courbe d'ordre n. (V. Salmon, *Higher planes curves*, 1879, p. 18 et 19.)

Voici les résultats que j'ai obtenus pour $n = 4$ et $n = 5$. Je considère comme constituant un *type* tous les polygones qui sont égaux, donc ne diffèrent que par leurs positions. Pour définir chaque type il suffit de donner les nombres de $\frac{1}{n}$ de circonférence que sous-tendent les côtés consécutifs, les arcs étant décrits toujours dans le même sens. Lorsque les nombres se trouvent former des périodes je donne seulement la première.

Pour les octogones j'ai trouvé, outre les polygones réguliers, cinq types, dont voici la liste:

1° Un type à quatre axes de symétrie (médiatrices d'octogones réguliers) pouvant prendre deux positions qui s'échangent par rotation.

(3, 7)

2° Trois types à deux axes de symétrie (diagonales d'octogone régulier pour le premier, médiatrices pour les autres) pouvant prendre quatre positions se déduisant par rotation.

(3, 7, 7, 3) (1, 2, 7, 2) (2, 5, 2, 3)

3° Un type à centre, sans axe, pouvant prendre huit positions qui se déduisent par rotation et par renversement.

(3, 6, 1, 2)

On obtient ainsi (en comptant les octogones réguliers) un nombre de positions égal à la somme des produits des nombres de types par les nombres de termes qui constituent les types; soit 24 positions pour les sept types.

Pour les décagones j'ai trouvé, entre les polygones réguliers:

1° Quatre types admettant pour axes de symétrie les 5 médiatrices de décagone régulier, et pouvant prendre chacun deux positions se déduisant par rotation:

(5, 1) (5, 9) (1, 3) (3, 9)

2° Sept types admettant pour axes de symétrie une médiatrice et une diagonale de décagone régulier; chacun de ces types pouvant prendre cinq positions se déduisant par rotation:

(4, 8, 1, 8, 4) (3, 1, 7, 1, 3) (1, 7, 9, 7, 1) (2, 9, 9, 3, 9, 2)
(4, 9, 9, 9, 4) (1, 2, 9, 2, 1) (1, 6, 1, 6, 1)

3° Deux types ayant un seul axe (médiatrice de décagone régulier); chacun de ces types pouvant prendre, par rotation, 10 positions:

(3, 1, 5, 9, 9, 9, 5, 1, 3, 5) (1, 3, 1, 1, 7, 5, 9, 5, 7, 1)

4° Huit types à centre, sans axe, chaque type pouvant prendre 10 positions qui se déduisent de l'une d'elles soit par rotation soit par renversement. On a ainsi 10 polygones qui sont directement égaux ou inversement égaux, cinq par cinq:

(1, 3, 3, 6, 2) (3, 9, 2, 7, 4) (1, 1, 7, 4, 2) (1, 8, 9, 4, 3)
(2, 1, 8, 3, 1) (2, 2, 2, 2, 7) (1, 1, 4, 2, 6) (2, 2, 4, 8, 9)

On obtient ainsi, en comptant les décagones réguliers, 145 décagones à côtés opposés parallèles.

Je ne puis pas affirmer que la liste soit complète; je donne donc mes résultats à tout hasard. Je souhaite qu'ils puissent être utilisés.