

Intersection des cubiques.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Les résultats précédents introduisent des triangles C_0, C_1, C_2 , dont les sommets sont les centres de coniques conjuguée, circonscrite, inscrite à axes parallèles. Ces triangles dépendent de quatre paramètres arbitraires, par rapport au triangle fondamental. Lorsque l'un des sommets est imposé, les deux autres ont pour lieux des coniques. Leur étude ne me paraît pas avoir été faite.

INTERSECTION DES CUBIQUES.

17. — Les 9 points d'intersection des cubiques II et III sont

$$A \quad B \quad C \quad O \quad H \quad I \quad I' \quad I'' \quad I''' .$$

Les cubiques I et III se touchent en G; les 7 autres points d'intersection sont: A B C H et les points à l'infini des trois hauteurs.

Les cubiques I et II ont en commun

$$A \quad B \quad C \quad H \quad H_1 ;$$

l'équation de la première cubique

$$\left\| \begin{array}{ccc} \alpha & \xi & \frac{1}{\xi} \end{array} \right\| = 0 ,$$

conduit à poser

$$\alpha = \lambda \xi + \frac{\mu}{\xi} .$$

En supposant que ξ, η, ζ soient racines de l'équation cubique

$$\xi^3 - S\xi^2 + Q\xi - P = 0 ,$$

l'identité $\Sigma \alpha\beta = 1$ donne tout d'abord :

$$\lambda^2 Q + \lambda \mu \cdot \frac{QS - 3P}{P} + \frac{S}{P} \mu^2 = 1 .$$

Les indéterminées λ et μ vérifient en outre la condition provenant de l'équation de la seconde cubique:

$$\left\| \begin{array}{ccc} 2\beta\gamma - 1 & \xi & \frac{\beta + \gamma}{\xi} \end{array} \right\| = 0 .$$

En y substituant les expressions ci-dessus prises pour α , β , γ cette seconde condition devient, après suppression d'un facteur λ supposé non nul:

$$2(\lambda P - S\mu)^2 = S \cdot P \left[1 + 2\lambda\mu \left(1 - \frac{QS}{P} \right) \right].$$

L'élimination de la variable d'homogénéité entre les deux conditions qui lient μ à λ donne:

$$\mu^2 S^2 + \lambda\mu S(QS - 3P) + \lambda^2 P(2P - QS) = 0,$$

c'est-à-dire par décomposition

$$(\mu S - P\lambda) \cdot [\mu S + (QS - 2P)\lambda] = 0.$$

A la solution

$$\frac{P}{\mu} = \frac{S}{\lambda}$$

correspond

$$\alpha = \xi S + \frac{P}{\xi} = (\xi + \eta)(\xi + \zeta); \text{ etc.},$$

donc:

$$\alpha(\eta + \zeta) = \beta(\zeta + \xi) = \gamma(\xi + \eta);$$

c'est le point H_1 de coordonnées absolues $\xi = 1 - 2\beta\gamma$, etc.

18. — A la solution

$$\frac{\lambda}{S} = \frac{\mu}{2P - QS} = \rho$$

correspond

$$\frac{\alpha}{\rho} = S\xi + \frac{2P - QS}{\xi} = \xi^2 - (\eta^2 + \eta\zeta + \zeta^2) - \frac{\eta\zeta}{\xi}(\eta + \zeta),$$

$$\alpha \frac{\xi}{\rho} = (\xi + \eta)(\xi + \zeta)(\xi - \eta - \zeta);$$

si les coordonnées sont absolues, posons:

$$\frac{\alpha\xi(1-\xi)}{1-2\xi} = \frac{\beta\eta(1-\eta)}{1-2\eta} = \frac{\gamma\zeta(1-\zeta)}{1-2\zeta} = \frac{1}{2}pz$$

z étant une inconnue auxiliaire, avec :

$$\alpha + \beta + \gamma = s \quad \Sigma \alpha \beta = 1 \quad \alpha \beta \gamma = p .$$

D'où

$$\alpha \xi^2 - \alpha \xi - \frac{1}{2} p z (2 \xi - 1) = 0$$

et par suite :

$$2 \xi = 1 + \beta \gamma z + \varepsilon \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 z^2} , \text{ etc.}$$

L'inconnue z est donc racine de l'équation

$$0 = 1 + z + \Sigma \varepsilon \sqrt{1 + \beta^2 \gamma^2 z^2} ,$$

provenant de la condition

$$\xi + \eta + \zeta = 1 .$$

L'élimination des radicaux conduit à une équation admettant la racine triple $z = 0$ et quatre autres racines, solutions de l'équation du quatrième degré suivante :

$$2 p^3 (p - s) z^4 + p^2 (p^2 - 2 p s - 1) z^3 + p (s - 2 p) z^2 + \left(p s + \frac{3}{4} \right) z + 1 = 0 .$$

C'est de cette équation du quatrième degré que dépendent les quatre points, autres que A B C H H₁, d'intersections des cubiques I et II.