

II. — Droites de Simson sous un angle quelconque.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

3. — Il y a trois systèmes de positions L.M.N., en ligne droite, deux sont en général à distance finie, nous les désignerons par Δ_1 et Δ_2 ; la troisième est la droite de l'infini. Si le cercle Γ correspondant coupe les côtés en trois autres points à distance finie, ces points sont en ligne droite, et nous dirons que le système est *convergent*. Dans le cas contraire, nous dirons qu'il est *divergent*.

Avant de passer à l'étude des systèmes convergents, nous examinerons quelques propriétés des droites de Simson généralisées.

II. — DROITES DE SIMSON SOUS UN ANGLE QUELCONQUE.

4. — Les projections sous l'angle φ d'un point du plan d'un triangle sur les côtés et les projections $(\pi - \varphi)$ de son inverse, sont sur une même circonférence. Si l'inverse est à l'infini, ce cercle devient la droite de Simson, sous l'angle φ du point donné. Le lieu des points qui ont des droites de Simson sous un angle quelconque est le cercle circonscrit (*J. de Vuibert*, 37^{me} année, p. 45).

5. — Les points dont les droites de Simson (φ) passent par un point Q sont sur une hyperbole passant par Q, par un sommet A, et, admettant pour directions asymptotiques, celles des projetantes (φ) sur les côtés B.A. et C.A.

Cette conique coupe le cercle circonscrit en trois autres points. *Donc la condition de convergence des droites de Simson (φ) de trois points S, S₂, S₃, est que S₂, S₃ soit antiparallèle à A.S. par rapport à l'angle B.A.C., dévié de l'angle ($-\varphi$).*

6. — Soient, s, s_2, s_3 , α les distances angulaires dirigées de S, S₂, S₃, A, à A par rapport au centre O du cercle circonscrit. A' étant l'extrémité de la corde AA' parallèle à B.C. — Par A, je mène la corde AS₁' parallèle à S₂, S₃; ou α , le rayon étant pris pour unité, $\widehat{S_2 S_1} = s_3$.

La condition de convergence est alors que AS₁ et AS, soient antiparallèles, etc... C'est-à-dire que l'on ait

$$\widehat{S_1 B} - \varphi = \varphi - \widehat{S_1' C}$$

d'où

$$\widehat{S_1B} - \widehat{CS'_1} = 2\varphi, \quad \widehat{S_1B} - \widehat{CS_2} - \widehat{S_2S'_1} = 2\varphi$$

$$\begin{aligned} 2\varphi &= -\widehat{BA} - \widehat{AS_1} - \widehat{CS_3} - \widehat{S_2S'_1} = -\widehat{BA} - s_1 + \widehat{S_2A} + \widehat{AC} - s_3 \\ &= -\widehat{BA} + \widehat{AC} - s_1 - s_2 - s_3 \end{aligned}$$

et

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi = \widehat{AB} + \widehat{BA'} = \widehat{AA'} = \alpha$$

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi - \alpha = 0.$$

Résultat qui généralise la formule donnée par M. Boulanger (N.A., 1919, p. 22).

III. — SYSTÈMES CONVERGENTS.

7. — Soient l, m, n , des constantes proportionnelles aux éléments homologues des trois divisions du n° I.

Si l'on a

$$al + bm + cn = 0, \quad (1)$$

il existe toujours, en vertu du théorème des projections, une droite D et un angle φ , tels que les projections (φ) sur les côtés, d'un point S de cette droite, déterminent les trois divisions proposées.

S, S_2 , étant les intersections de D avec le cercle circonscrit, les droites Δ_1, Δ_2 du système sont les droites de Simson (φ) de ces points.

Si S se transporte à l'infini, en vertu du n° II-4, le cercle de rayon infini correspondant, se compose de la droite de l'infini et de la droite de Simson ($\pi - \varphi$) d'un point S_3 tel que AS_3 soit antiparallèle à D par rapport à l'angle B.A.C.

Désignons par δ cette droite de Simson. On voit qu'elle est la même, que S s'éloigne indéfiniment dans un sens ou dans l'autre.

L'équation (1) constitue donc une condition suffisante de convergence du système.