

9. – L'IMAGE DE COURBURE DE MINKOWSKI.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

et, par suite, la condition précédente se met sous la forme:

$$\sin \alpha \, d\alpha = Ay^{-\lambda} dy ;$$

d'où:

$$\frac{Ay^{1-\lambda}}{1-\lambda} + \cos \alpha = \text{const} ;$$

c'est-à-dire

$$y = B \cdot (\cos \alpha + h)^{\frac{1}{1-\lambda}} .$$

Pour $h = 0$, nous retrouvons les courbes de Ribaucour; pour $\lambda = \frac{3}{2}$, les courbes de pression constante. Les deux familles de courbes ont en commun les paraboles de directrice Ox . Jean BERNOULLI et le marquis DE L'HÔPITAL avaient signalé la propriété des trajectoires balistiques du point pesant de pouvoir être considérées comme des courbes particulières à pression constante.

9. — L'IMAGE DE COURBURE DE MINKOWSKI.

Une courbe plane (C) étant définie par sa tangente

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \varpi$$

et son rayon de courbure ρ ayant l'expression

$$\rho = \varpi + \frac{d^2 \varpi}{d\varphi^2} ,$$

l'image de courbure¹ de Minkowski de cette courbe (« Das Minkowskische Krümmungsbild ») est, par définition, l'enveloppe de la droite

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = \rho - \frac{1}{3} .$$

¹ BÖLMEER, Ueber elliptisch-konvexe Ovale. *Mathematische Annalen*, LX, p. 256-262.
H. MOHRMANN, Ueber beständig hyperbolisch gekrümmte Kurvenstücke. *Math. Annalen*, LXXII, 1912, p. 593-595.

Le rayon de courbure de l'image de courbure est donc ρ_1

$$\rho_1 = \frac{1}{9} \rho^{-\frac{7}{3}} (9 \rho^2 - 3 \rho \rho'' + 4 \rho'^2),$$

ρ' et ρ'' désignant les dérivées première et seconde de $\rho(\varphi)$.

L'image se réduit à un point lorsque la courbe (C) est une parabole ($\rho_1 = 0$).

Dans le cas de la courbe d'égale pression, l'image de courbure de Minkowski de cette courbe est l'enveloppe d'une droite d'équation

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = k(a + \sin \varphi);$$

l'image est ainsi une *circonférence*. Cet exemple est de ceux qui illustrent le mieux la théorie des images de la courbure.

10. — MOUVEMENTS D'UN POINT MATÉRIEL, DANS LE PLAN, SUIVANT LA LOI DES AIRES SUR L'HODOGRAPHE.

L'étude de la courbe de pression constante dans le mouvement du point pesant pose la question des mouvements avec loi des aires sur l'hodographe.

La condition est:

$$v^2 \frac{d\alpha}{dt} = C = \text{constante}.$$

avec ses formes équivalentes:

$$v^3 = C \cdot \rho, \quad \rho^2 \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^3 = \text{const},$$

d'où la loi du temps correspondante:

$$nt = \int_{\alpha_0}^{\alpha} \rho^{\frac{2}{3}} d\alpha;$$

n est une constante. Cette intégration est donc attachée simplement à l'équation naturelle de la courbe trajectoire du point matériel, et à sa radiale de Tücker.