7. — De la quadrature de la radiale de Tucker

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

L'équation du mouvement sur la courbe est:

$$\sqrt{\frac{g}{2}}\,t = \int_0^u \frac{(1+u^2)^2}{\sqrt{u^4+2u^2+h}}\,du\ ;$$

la pression est

$$\mathrm{N} = 1 + 2\frac{h-1}{\rho}\ .$$

Dans le cas, $h=1$, $v_0 = \sqrt{2g}$, $\mathrm{N}=1$. La pression pour cette valeur particulière de la vitesse initiale est bien constante et elle reste égale au poids.

La loi du mouvement est alors:

$$\sqrt{\frac{g}{2}}\,t = u + \frac{u^3}{3}\ ,$$

comme dans le cas du mouvement parabolique des comètes. L'hodographe est, en effet, dans le cas $\mathrm{N}=1$, une parabole de foyer O.

7. — De la quadrature de la radiale de Tucker.

De l'Hôpital donne la longueur d'un arc de la quintique, ainsi que l'expression de l'aire qu'elle délimite. Il évalue l'aire comprise entre la courbe, sa développée, l'axe de symétrie et une normale courante: en d'autres termes, *l'aire balayée par le rayon de courbure dans le déplacement du point depuis le sommet* u = 0 *jusqu'à une position quelconque* u.

En observant que cette aire Σ est constituée par des triangles élémentaires ayant leurs sommets aux centres de courbure et ayant pour bases les arcs infiniment petits de la courbe, c'est-à-dire ayant pour aire

$$d\Sigma = \frac{1}{2}\rho^2\, d\alpha\ ,$$

(à des infiniment petits près d'ordre supérieur), il est manifeste que, d'une manière générale, pour une courbe plane quelconque, le quadrilatère mixtiligne envisagé a pour aire l'expression suivante:

$$\Sigma = \frac{1}{2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho^2\, d\alpha \ ;$$

les limites α_1 et α_2 de l'intégrale correspondent aux inclinaisons sur la verticale des deux normales limitant l'aire Σ considérée.

Σ est donc *l'aire de la radiale* (ρ, α) de la courbe.

Dans le cas de la courbe de L'HÔPITAL, la radiale de TUCKER a pour équation polaire

$$\rho \cos^6 \frac{\alpha}{2} = 1 \ .$$

$$2\Sigma = \int \frac{d\alpha}{\cos^{12}\frac{\alpha}{2}} = 2\int_0^u (1+u^2)^6 \cdot \frac{du}{1+u^2} \ ,$$

$$\sum = \int_0^u (1+u)^5 du \ ;$$

d'où l'expression entière en u de Σ, correspondant à celle trouvée par de L'HÔPITAL.

8. — RELATIONS AVEC LES COURBES DE RIBAUCOUR.

La courbe à pression constante satisfait à la condition

$$A\rho = |y|^{\frac{3}{2}} \ . \qquad (A = \text{const.})$$

De leur côté les *courbes de Ribaucour* satisfont à une relation plus générale

$$y^\lambda = A\rho \ .$$

En général

$$\frac{dy}{d\alpha} = \rho \sin\alpha \ ;$$