

## 8. — Artifice permettant de sauver le principe d'effacement en seconde approximation — Modification des masses.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.04.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$\Lambda'_h$  a l'expression (26), avec la valeur (21) de  $\theta_h$ , et  $\xi_h$  est une constante dont on peut encore disposer. On va le faire dans un moment.

8. — ARTIFICE PERMETTANT DE SAUVER LE PRINCIPE D'EFFACEMENT EN SECONDE APPROXIMATION — MODIFICATION DES MASSES.

Ce qui provient, pour chaque corps, des actions qui lui sont intérieures figure dans nos fonctions lagrangiennes (24') uniquement par l'intermédiaire des quatre constantes  $\varpi_h$  et  $\eta_h$ , définies par les formules (19) et (22). Mettons ces constantes en évidence, en écrivant, d'après (17),  $\gamma_h + \varpi_h$  au lieu de  $\gamma_{1h}$ , dans les expressions (21), (25) et (26) de  $\theta_h$ ,  $\mathcal{L}'_h$  et  $\Lambda'_h$ . Il vient

$$\theta_h = -\varpi_h^2 + 2\gamma_h \eta_{h+1} + 2\varpi_h \beta_h^2 - \gamma_h^2 + 2\gamma_0 \gamma_1 + 2\gamma_h \beta_{h+1}^2 + \frac{f m_{h+1}}{2c^2} \frac{d_{h+1}^2 r}{dx^{0^2}},$$

$$\Lambda'_h = -\frac{1}{2}\varpi_h^2 - \frac{1}{2}\varpi_h \beta_h^2 + \gamma_h(\varpi_h + 2\eta_{h+1}) + \Lambda_h, \quad (26')$$

où l'on a posé

$$\Lambda_h = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\beta_h^2 + \gamma_h\right)^2 + \gamma_h \beta_h^2 - 4\gamma_h \beta_0 \times \beta_1 - \gamma_h^2 + 2\gamma_0 \gamma_1 + 2\gamma_h \beta_{h+1}^2 + \frac{f m_{h+1}}{2c^2} \frac{d_{h+1}^2 r}{dx^{0^2}}. \quad (27)$$

Il s'en suit, en revenant à (24'), (25'), et en y remplaçant  $\Lambda'_h$  par sa valeur (26'),

$$\xi_h \mathcal{L}_h = -\frac{1}{2}\varpi_h^2 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\varpi_h\right)\beta_h^2 + (1 + \varpi_h + 2\eta_{h+1})\gamma_h + \Lambda_h. \quad (28)$$

Maintenant attribuons à la constante  $\xi_h$  la valeur  $1 - \frac{1}{2}\varpi_h$  et divisons par  $\xi_h$  en omettant la constante purement additive  $-\frac{1}{2}\varpi_h^2/\xi_h$ . A des termes négligeables près, il vient

$$\mathcal{L}_h = \frac{1}{2}\beta_h^2 + \left(1 + \frac{3}{2}\varpi_h + 2\eta_{h+1}\right)\gamma_h + \Lambda_h.$$

Ceci posé, un petit artifice, dont l'idée générale paraît remonter à M. DROSTE <sup>1</sup>, permet, à notre ordre d'approximation, de faire disparaître le coefficient de  $\gamma_h$ . On n'a qu'à remplacer les masses réelles  $m_0, m_1$  de nos deux corps par des masses fictives

$$m_h^* = m_h \left( 1 + \frac{3}{2} \varpi_{h+1} + 2 \eta_h \right) \quad (h = 0, 1) , \quad (29)$$

qui peuvent également s'écrire

$$m_{h+1}^* = m_{h+1} \left( 1 + \frac{3}{2} \varpi_h + 2 \eta_{h+1} \right) \quad (h = 0, 1) . \quad (29')$$

Alors, en posant, conformément à (18),

$$\gamma_h^* = \left( 1 + \frac{3}{2} \varpi_h + 2 \eta_{h+1} \right) \gamma_h = \frac{f}{c^2} \frac{m_{h+1}^*}{r} ,$$

l'expression précédente de  $\mathcal{L}_h$  prend la forme

$$\mathcal{L}_h = \frac{1}{2} \beta_h^2 + \gamma_h^* + \Lambda_h .$$

Dans le terme  $\Lambda_h$  figurent encore les  $\gamma_h$ ; mais, comme  $\Lambda_h$  est du second ordre, on peut y remplacer sans erreur appréciable les  $\gamma_h$  par  $\gamma_h^*$ .

Après cela il n'y a qu'à supprimer les astérisques, en reprenant la désignation  $m_h$  pour les masses gravitationnelles des deux corps, telles qu'elles sont définies par (29) en fonction des masses intrinsèques. Il est bien justifié d'appeler *gravitationnelles* ces deux constantes, qui jouent absolument le même rôle des masses ordinaires, dans le problème relativiste des deux corps, en seconde approximation. Pour notre but c'est tout ce qu'il faut. Mais il convient de remarquer que ces deux constantes, tout en se comportant, même en seconde approximation, comme des masses *pour le problème des deux corps*, ont perdu le caractère intrinsèque que leur attribuait à *tout égard* la mécanique classique. Vis-à-vis d'autres questions, il faudrait sans doute apporter des petites modifications différentes, si tant est toutefois qu'on puisse encore sauver le principe d'effacement par des simples corrections des masses gravitationnelles. On doit donc, pour éviter des malen-

<sup>1</sup> Loco citato au n° 5, voir page 454.

tendus, se représenter les masses définies par (29) (et désignées ensuite, elles aussi, par  $m_0, m_1$ , en supprimant l'astérisque) comme des constantes caractéristiques du problème, possédant chacune, seulement à peu près, la propriété intrinsèque que la mécanique classique attache à la notion de masse.

### 9. — LES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PROBLÈME.

Par tout ce qui précède il est acquis que le mouvement des points  $P_h$ , centres de gravité des deux corps, est défini par les fonctions lagrangiennes respectives

$$\mathcal{L}_h = \mathcal{U}_h + \Lambda_h = \frac{1}{2} \beta_h^2 + \gamma_h + \Lambda_h, \quad (h = 0, 1). \quad (\text{I})$$

De plus  $\Lambda_h$ , d'après (27) et (25'), s'écrit

$$\begin{aligned} \Lambda_h = \frac{1}{2} \mathcal{U}_h^2 + \frac{2l_0 l_1 - l_{h+1}^2}{r^2} + \frac{l_{h+1}}{r} (\beta_h^2 + 2\beta_{h+1}^2 - 4\beta_h \times \beta_{h+1}) + \\ + \frac{1}{2} l_{h+1} \frac{d_{h+1}^2 r}{dx^0{}^2}, \end{aligned} \quad (\text{II})$$

étant posé, pour abréger,

$$\frac{fm_h}{c^2} = l_h, \quad (30)$$

de sorte que les constantes  $l_0, l_1$  sont des (petites) longueurs.

Il s'agirait évidemment d'expliciter les six équations

$$\frac{d}{dx^0} \frac{\partial \mathcal{L}_h}{\partial \beta_{h|i}} - \frac{\partial \mathcal{L}_h}{\partial x_h^i} = 0 \quad (h = 0, 1; \quad i = 1, 2, 3) \quad (\text{III})$$

définissant le mouvement (absolu) des deux corps, pour passer ensuite à leur intégration dûment illustrée au point de vue géométrique et astronomique. Mais il n'est pas possible de le faire dans le cadre de cette conférence. Je dois donc me borner à quelques indications de méthode et de résultats.

Je viens de dire que les équations (III) définissent le mouvement absolu des points  $P_0, P_1$ . Cet appellatif « absolu » doit être interprété d'après le n° 5, en se rapportant par la pensée aux préliminaires de l'admission  $A_1$ ). On a introduit alors des va-