

SUR LA PENSÉE DE J. HERBRAND

Autor(en): **Chevalley, C.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-26605>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

singulière à l'implication *générale*. RUSSELL, au contraire, ramène l'implication générale à un ensemble d'implications singulières.

Mais d'après nous les implications générales expriment plutôt des constatations concernant les distributions de deux prédicats sur un domaine d'individus, distributions qui toutes ont en commun un certain « Gestaltcharakter » ou une « forme ».

Reste encore à discuter la nature du syllogisme. On a coutume de dire que la conclusion est contenue toute entière dans les prémisses. Cependant comme il y a beaucoup de théorèmes logiques qui sont loin d'être des trivialités, il est difficile de croire que la relation entre la conclusion et les prémisses soit l'identité.

Au contraire, l'implication « tous les a sont b » exprimera la liaison objective suivante: Si une certaine « mise au point » décèle le caractère a , alors une pareille mise au point décèlera aussi le caractère b . Cette interprétation nous permet de voir que le principe du syllogisme, malgré son apparente évidence, n'est point tautologique.

SUR LA PENSÉE DE J. HERBRAND

PAR

C. CHEVALLEY (Paris).

La conférence que j'ai eu l'honneur de faire au Colloque de Logique mathématique de l'Université de Genève se composait de deux parties: dans la première il était question des idées générales de J. HERBRAND à propos des problèmes que pose la logique moderne; dans la seconde je donnais quelques indications sur certains points de son œuvre technique à proprement parler. On ne trouvera ici que la première partie: il ne m'a pas paru utile de publier sous une forme raccourcie et forcément tronquée ce que le lecteur peut trouver dans les œuvres de HERBRAND, dont voici la bibliographie:

TRAVAUX DE J. HERBRAND SE RAPPORTANT
A LA LOGIQUE.

1. — Sur la théorie de la démonstration. *C.R.*, 186, 1928, p. 1274.
2. — Non-contradiction des axiomes mathématiques. *C.R.*, 188, 1929, p. 303.
3. — Sur quelques propriétés des propositions vraies et leurs applications. *C.R.*, 188, 1929, p. 1076.
4. — Sur le problème fondamental des Mathématiques. *C.R.*, 189, 1929, p. 554.
5. — Les bases de la logique hilbertienne. *Rev. de Métaph. et de Mor.*, 1930.
6. — Recherches sur la théorie de la démonstration. Thèse. *Trav. de la Soc. des Sci. et des Let.*, Varsovie, 1930.
7. — Sur le problème fondamental de la Logique mathématique. *C.R. des séances de la Soc. des Sci. et des Let.*, Varsovie, XXIV, 1931, Classe III.
8. — Sur la non-contradiction de l'Arithmétique. *Journ. für Math.*, 166, 1931, p. 1.

Sur les travaux et la pensée de J. HERBRAND, cf. la Notice nécrologique parue dans l'*Annuaire de l'Association amicale de secours des anciens Elèves de l'Ecole Normale Supérieure* (1931) et les Préface et Introduction de MM. HADAMARD et VESSIOT à la collection d'Exposés mathématiques publiés à la mémoire de J. Herbrand (Hermann, Paris, *Actualités scient. et indust.*) qui se trouvent dans le premier volume de cette collection: HASSE, *Ueber gewisse Ideale in einer einfachen Algebra*¹.

* * *

Jacques HERBRAND est né en 1908. A la fin de ses études secondaires, il est reçu premier à l'Ecole Normale Supérieure, en 1925. Y entrant moi-même en 1926, je constate tout de suite la place toute spéciale que la vigueur et l'universalité de son esprit lui faisaient déjà occuper parmi ses camarades. En 1928, il est reçu premier à l'agrégation et obtient de faire une quatrième année d'Ecole pendant laquelle il achève sa thèse, qui contient ses travaux de logique mathématique, en cours depuis déjà

¹ Voir l'analyse publiée par *L'Ens. math.*, t. 33, p. 115. — (N. d. l. R.)

deux ans. En 1929-1930, il accomplit son service militaire; c'est pendant cette année qu'il publie sur les unités d'un corps de nombres algébriques, deux notes qui sont la base des méthodes nouvelles de la théorie du corps de classes. Il achève également le mémoire « Sur le problème fondamental de la logique mathématique » qui fait suite à sa thèse. Il passe l'année scolaire 1930-1931 en Allemagne: à Berlin d'abord, auprès de M. von Neumann; il y continue ses travaux de logique, les comparant notamment aux résultats de Gödel (cf. 8) ¹; ensuite à Hambourg, puis à Göttingen. Il revient en France à la fin de juillet et part tout de suite se livrer à son sport favori: la montagne. Il y trouve la mort, dans une chute, le 27 juillet. Ainsi disparaissait celui dont un mathématicien écrivit que « c'était un des plus grands de sa génération » ².

J. HERBRAND s'est assez peu exprimé sur ses idées philosophiques relatives aux problèmes de la Logique mathématique (cf. cependant la préface de sa thèse, et 5). C'est pourquoi j'ai saisi avec le plus grand empressement l'occasion que me donnait l'Université de Genève de donner quelques aperçus sur ces idées. Je les tirerai des souvenirs de conversations nombreuses que j'eus avec lui. On voudra bien considérer que je n'ai pas d'autre source, et que, ayant moi-même réfléchi à ces questions, mes opinions ont pu inconsciemment infléchir mes souvenirs. J'ose espérer, étant donné l'accord qui régnait en général entre nos opinions, que les déformations que j'aurai, bien involontairement, ainsi introduites se réduiront au minimum.

Pour essayer de pénétrer dans le système de pensée de J. HERBRAND, nous nous appuyerons sur la citation suivante (5): « Mais il ne faut pas se cacher que le rôle des mathématiques est peut-être uniquement de nous fournir des raisonnements et des formes, et non pas de chercher quels sont ceux qui s'appliquent à tel objet. Pas plus que le mathématicien qui étudie l'équation de propagation des ondes n'a à se demander si dans

¹ Les chiffres gras se rapportent à la bibliographie en tête.

² Extrait d'une lettre de M. le Professeur COURANT à M. Herbrand: « ... Wir haben Ihren Sohn während seines kurzen Aufenthalts in Göttingen und auch schon vorher durch seine Arbeiten als einen der hoffnungsreichsten und schon durch seine vorliegenden Leistungen hervorragenden unter den jüngeren Mathematikern der Welt schätzen gelernt ».

la nature les ondes satisfont effectivement à cette équation, pas plus en étudiant la théorie des ensembles ou l'arithmétique, il ne doit se demander si les ensembles ou les nombres auxquels il pense intuitivement satisfont bien aux hypothèses de la théorie qu'il considère. Il doit se borner à développer les conséquences de ces hypothèses et à les présenter de la manière la plus suggestive; le reste est le rôle du physicien ou du philosophe ». Si on se réfère aux distinctions posées d'une manière si nette par M. BERNAYS et par M. FRAENKEL dans leurs conférences, entre mathématiciens platoniciens et intuitionnistes (ou aristotéliens), je crois que cette citation nous permettra de conclure tout de suite que la pensée de J. HERBRAND n'était pas d'inclination platonicienne. En effet le platonisme, sous quelque forme qu'il se présente, admet toujours l'existence d'un monde donné régi par des lois purement rationnelles. Dès lors, les mathématiques sont tout naturellement considérées comme une connaissance par l'homme de ce monde. Leur rôle est précisément de trouver les raisonnements humains qui s'y adaptent et nous font pénétrer sa structure: c'est là ce que HERBRAND révoque en doute.

Si on abandonne le point de vue platonicien, il faut bien admettre que l'objectivité en mathématiques, qui n'est plus l'indice de l'existence d'un monde rationnel, est créée par l'homme. Les processus de l'axiomatique, la méthode formaliste sont précisément les pointes extrêmes de ce mouvement vers l'objectif. C'est dire, et c'est, je crois, ce que pensait HERBRAND, que l'objectivité ne s'atteint que dans la symbolique pure, c'est-à-dire en vidant complètement les symboles de toute signification: objectivité et réalité concrète, loin d'être synonymes, s'excluent l'une l'autre.

Nous pouvons alors comprendre pourquoi la pensée de HERBRAND, pour n'être pas platonicienne, n'est pas non plus intuitionniste. Les intuitionnistes en effet ne renoncent pas à manier en mathématiques des objets à la fois rationnels et réels. Sans doute ne croient-ils pas que de semblables objets nous soient donnés *a priori*. Mais ils les construisent à partir d'une intuition, l'intuition temporelle, de sorte que les affirmations mathématiques représentent pour eux les affirmations que l'on

peut faire sur les intuitions du temps; et que seules les affirmations qui peuvent se traduire de cette manière seront considérées comme valables. Pour J. HERBRAND de semblables restrictions étaient sans fondement, car il ne croyait pas qu'aucun raisonnement concernant un donné concret fût valable au point de vue purement mathématique, ni à plus forte raison qu'il soit nécessaire de se limiter à de semblables raisonnements.

Les mêmes considérations s'appliquent à la logique. Elle constitue un schéma qui n'est purement objectif que tant qu'il est purement formel. Si on donne un sens aux symboles qui figurent dans ses formules, si on les considère comme représentant des opérations de la pensée, on lui fait perdre son objectivité. C'est pourquoi il n'y a pas lieu de s'étonner que des penseurs différents émettent des opinions divergentes sur la valeur des axiomes de la logique. Si le système de formes de la logique classique répugne à la pensée de M. BROUWER par exemple, cela ne signifie pas que cette logique soit dénuée de valeur: c'est une assertion sur la pensée de M. BROUWER. Si à cette dernière convient le formalisme de M. HEYTING, par exemple, cela signifie que ce formalisme est adapté à la description du donné constitué par la pensée de M. BROUWER. Mais une pensée humaine reste en tous cas hétérogène à tout formalisme: il y a le même rapport entre une logique formelle et un mode de penser qu'entre une équation mathématique et un phénomène physique.

A ce propos rappelons cette autre citation de HERBRAND (6, Préface): « On peut dire que beaucoup des obscurités et des discussions qui sont survenues à propos du fondement des mathématiques ont pour origine une confusion entre le sens mathématique des termes et leur sens méta-mathématique ». Ces difficultés proviennent donc de ce que l'on veut traiter des formules purement symboliques du domaine des mathématiques, comme des affirmations relatives à un donné. Elles ne sont pas d'une nature différente de celles qu'a engendrées la naissance du calcul infinitésimal, qu'on voulait exclure pour des raisons philosophiques, parce qu'on voulait voir dans la différentielle un objet « réel »; de même qu'aujourd'hui certains veulent exclure

le principe du tiers-exclu parce qu'ils veulent voir dans les propositions des affirmations « réelles ».

Il ne faudrait pas conclure des considérations précédentes que l'acte mathématique fût pour HERBRAND une sorte d'acte « gratuit ». Sans doute est-il possible de faire des mathématiques avec n'importe quels axiomes et n'importe quelles règles de raisonnement; mais en réalité, et HERBRAND aimait à insister sur ce point, la rigueur a en quelque sorte deux faces complémentaires: si elle est d'abord exigence d'un formalisme, respect des « règles du jeu », elle est aussi, dans le sens que lui donnait Léonard de VINCI, tentative de description toujours plus parfaite d'un donné. Cette description d'un donné se fait en interprétant les axiomes par des concepts expérimentaux. Déjà la physique mathématique montre que l'on ne s'approche des schémas positivistes (interprétation directe des sensations) qu'au prix d'une abstraction croissante, que l'on peut comparer à une sorte de magie par laquelle l'homme ne domine le domaine des sensations qu'en le quittant d'abord complètement et en passant dans le monde mathématique pur.

De même que la physique mathématique nous fait pénétrer de plus en plus avant dans la structure de la matière, la logique nous permet de décrire quelque chose qui tient de plus près encore à l'homme que les sensations, sa pensée intellectuelle. HERBRAND me disait un jour: « Je voudrais construire un système qui contienne toutes les pensées actuelles ». C'est là l'exigence la plus haute que l'on puisse imposer à une logique formelle. Elle nous fait parvenir au centre même du drame de la pensée de HERBRAND, prise dans le balancement entre une investigation toujours plus concrète et un formalisme toujours plus abstrait. Ce drame était vécu dans la pensée de HERBRAND, avec une intensité poignante. Peut-être est-ce une fatalité que, là où l'esprit atteint un tel degré de pureté violente, la mort soit la plus proche ?
