Gino Fano. — Geometria non Euclidea. Introduzione geometrica alla Theoria della Relatività. (Consiglio nazionale delle Ricerche). — Un vol. gr. in-8° de iv-252 pages et 68 figures. Prix: L. 55.—-. Nicola Zanichelli. Bologne, 1925.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **34 (1935)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **19.09.2024**

rappelle la *Theorie der Bewegung und der Kräfte* publiée, en 1879, par W. Schell, avec les mots « Geometrica geometrice » en frontispice. Il semble bien que ce soit cet esprit qui, ici, se trouve cultivé à nouveau avec le secours des idées actuelles.

La Statique graphique est naturellement très riche au point de vue géométrique. L'emploi des notions nouvelles a permis d'adjoindre les considérations primordiales des théories élastiques à ce qui concerne le solide idéalement indéformable. Adjonctions analogues à propos de la notion de travail.

La théorie du potentiel est une véritable symphonie de vecteurs, de matrices, d'opérateurs différentiels et d'intégrales vectorielles.

Il en est de même pour les théorèmes généraux sur le mouvement des systèmes; ces théorèmes aboutissent rapidement aux équations de Lagrange appliquées à de nombreux exemples. L'élémentaire de M. Nielsen n'est pas le rudimentaire. Et c'est après cela qu'il s'attaque, très explicitement, aux tenseurs.

Les percussions, l'équilibre et même le mouvement des fils terminent un volume enrichi encore par de remarquables exercices. Les élèves qu'il formera n'auront aucune peine à comprendre la Gravifique et la Mécanique ondulatoire.

A. Buhl (Toulouse).

Gino Fano. — **Geometria non Euclidea.** Introduzione geometrica alla Theoria della Relatività. (Consiglio nazionale delle Ricerche). — Un vol. gr. in-8° de IV-252 pages et 68 figures. Prix: L. 55.—. Nicola Zanichelli. Bologne, 1925.

Charmant ouvrage, facile, suggestif, jouant admirablement son rôle introducteur et ressemblant beaucoup à *La Géométrie non-euclidienne* de P. Barbarin (Collection *Scientia*, 1928, 3e édition), citée d'ailleurs en tête de la bibliographie. Mêmes soucis historiques. Descriptions des premières tentatives de Wallis, Saccheri, Lambert, Legendre, Gauss, Schweikart, Taurinus, Lobatchewsky, des deux Bolyai.

La première forme de la Géométrie non-euclidienne est, pour ainsi dire, intrinsèque. Elle tente de généraliser plutôt que d'interpréter. Elle peut même abandonner d'autres postulats que celui d'Euclide, par exemple celui d'Archimède qui veut que la répétition d'un segment surpasse tout segment donné.

Les méthodes interprétatives, à caractère géodésique sur des surfaces courbes ou en des espaces incurvés, ne viennent qu'ensuite. Ce sont elles qui caractérisent la manière de Riemann et qui conduisent le plus naturellement à la Gravifique.

Sur une simple surface, où nous avons

$$ds^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2 , \qquad H^2 = EG - F^2 ,$$

on a, pour la courbure totale,

$$K = -\frac{1}{2H}\left\{ \frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{H}\left(\frac{\partial G}{\partial u} - \frac{F}{E}\frac{\partial E}{\partial v}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{H}\left(\frac{\partial E}{\partial v} - 2\frac{\partial F}{\partial u} + \frac{F}{E}\frac{\partial E}{\partial u}\right)\right\} .$$

Je reproduis cette expression qui, dans l'ouvrage italien, a été défigurée par une maladresse typographique. J'y joins une observation qui ne s'adresse nullement à M. Fano mais à l'expression même laquelle glisse ainsi de livre en livre, sans doute parce qu'elle passe pour la plus concise mais avec l'inconvénient de ne pas avoir la symétrie du ds^2. Celui-ci ne change pas si l'on permute E et G ainsi que u et v. Il doit en être de même pour K qui est alors donné par

$$4\mathrm{HK} = \frac{\partial}{\partial u}\frac{1}{\mathrm{H}}\left(\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{EF}}\frac{\partial}{\partial v}\frac{\mathrm{EF}^2}{\mathrm{G}} - 2\frac{\partial \mathrm{G}}{\partial u}\right) + \frac{\partial}{\partial v}\frac{1}{\mathrm{H}}\left(\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{GF}}\frac{\partial}{\partial u}\frac{\mathrm{GF}^2}{\mathrm{E}} - 2\frac{\partial \mathrm{E}}{\partial v}\right) .$$

Et, comme il n'y a besoin de retenir que la première moitié du second membre, il semble bien que ce soit ici qu'on ait le véritable avantage de la simplicité.

Quelle que soit la forme de K, on arrive facilement à la formule intégrale de Gauss relative à la somme des angles d'un triangle géodésique et aux surfaces pseudosphériques de révolution (jolies figures) auxquelles on aurait pu joindre facilement des hélicoïdes à courbure totale constante.

Riemann a été développé par Christoffel dont le symbolisme est devenu tout à fait courant grâce aux *Lezioni* de Bianchi. Très près de nous, nous avons aussi Ricci et Levi-Civita. Il faut savoir reconnaître tout ce que l'Ecole italienne a fait pour la Géométrie ! On doit aussi jeter un coup d'œil sur l'œuvre gigantesque de Sophus Lie, sur les espaces de groupes, analogues aux espaces riemanniens, si bien étudiés par M. Elie Cartan.

Enfin, c'est la réalité métrique et projective d'où Albert Einstein a extrait plus particulièrement ses ds^2 à signification physique puisqu'ils permettent de *mesurer*. L'univers d'Einstein est, par excellence, un univers *mesurable*, construit à partir de l'action, de la comparaison possibles. Toutes ces choses sont reprises très clairement par M. Gino Fano; on reconnaît bien, en son livre, une nouvelle et puissante manière de connaître.

A. Buhl (Toulouse).

Maurice d'Ocagne. — **Hommes et Choses de Science.** Propos familiers. Troisième série. — Un volume petit in-8° de IV-278 pages. Prix: 15 francs. Vuibert, Paris, 1936.

Voici une « Troisième série » qui dit suffisamment le succès des deux précédentes, publiées l'une en 1930 et l'autre en 1932 (voir *L'Enseignement mathématique*, t. 31, 1932, p. 316). Nous y retrouvons beaucoup de noms illustres déjà cités en les premiers volumes, mais toujours avec quelque anecdote nouvelle et intéressante.

Nous commençons maintenant avec « Le mouvement mathématique français contemporain ». L'art y est magnifié car, on le sait, M. d'Ocagne peut créer et apprécier en artiste. Géomètre, il sait cependant s'enthousiasmer pour d'illustres collègues, tels Hermite et Poincaré, qui n'ont guère géométrisé au sens initial du mot.

Le rôle intellectuel des femmes l'intéresse à une époque où l'élément féminin monte à l'assaut des Facultés. L'idée générale est que la femme cesse rapidement, avec l'âge, de se développer intellectuellement. Mais, à cet égard, que d'hommes sont femmes !