HISTOIRE ET ÉVOLUTION DES MATHÉMATIQUES

HISTOIRE ET ÉVOLUTION DES MATHÉMATIQUES

PAR

N. Saltykow (Belgrade).

L'œuvre de Moritz Cantor « *Geschichte der Mathematik* », après l'apparition de deux premiers volumes, a été suivie d'une conférence « *L'Historiographie des Mathématiques* » faite, toujours, par M. Cantor, à la séance d'ouverture du second Congrès International des Mathématiciens, à Paris (1900).

Ayant analysé d'une manière critique les plus connus des Traités sur l'Histoire des Mathématiques, le savant historien avait achevé son discours en les termes suivants:

« Mais ces histoires partielles une fois écrites comme préparatifs indispensables, il faudra un dernier volume résumant le tout, faisant ressortir les grandes idées du siècle... Ce dernier volume, l'Histoire des Idées, comme je me suis permis de le nommer, sera bien difficile à composer, beaucoup plus difficile, que les volumes qui précéderont, mais il sera indispensable. C'est ainsi que je crois comprendre la tâche de nos successeurs ».

En relisant les travaux sur l'Histoire des Mathématiques et surtout les volumineuses recherches de M. Cantor, on comprend, de plus en plus, toute l'importance de son testament scientifique. Effectivement, les traités des historiens en Mathématiques rappellent, en général, les compositions des Annales, où sont enregistrées toutes les découvertes. L'auteur, tout d'abord, doit décider de quelle manière il voudrait classer les faits dont il s'agit. M. Cantor les dispose par époques et par branches scientifiques. C'est ainsi, peut-être, qu'apparaîtraient les « idées des Siècles ». Or, cette manière d'exposition est encore très lointaine de « l'Histoire des Idées » que nous lègue le savant historien.

Les difficultés dont parle M. Cantor sont bien connues de ceux qui ont composé des articles historiques, bibliographiques et surtout des travaux encyclopédiques. Les lecteurs de tels articles savent bien l'imperfection de ces derniers. On apprécie les auteurs, selon leur intelligence, en matières bibliographiques, de même que d'après les points de vue généraux qu'ils professent.

Remarquons cependant qu'en posant le problème sur l'Histoire des idées, il faudrait tout d'abord nous entendre sur le sujet en question. C'est un trop vaste domaine d'Histoire et de Philosophie que l'on devrait aborder. Pierre BOUTROUX [1] avait écrit nombre de pages pour expliquer ce que l'on comprendrait sous le nom d'Histoire des Sciences ?

Je ne voudrais, donc, point entrer ici dans les détails sur ces dernières notions.

Il nous intéresse surtout de considérer l'origine et l'évolution des idées concernant les mathématiques modernes des XIX^{e} et XX^{e} siècles. Le point de vue sur lequel on voudrait se placer, est, tout d'abord, purement pratique. Les études historico-critiques, comme le dirait M. WINTER [2] rendraient à l'avancement des sciences le plus grand service. Mettant en évidence l'esprit parfois caché des méthodes considérées et en exposant les résultats scientifiques dans leur enchaînement logique et philosophique, les études en question vont diriger les nouvelles recherches d'une manière la plus féconde, tout en facilitant la tâche de nouvelles découvertes.

L'œuvre des chercheurs scientifiques, bien entendu, ne pourrait être ni modifiée, ni réglée par quelques conventions. Il faut bien accepter leurs travaux tels qu'ils sont. Cependant un génie, s'il était privé des ressources indispensables, ne produirait pas un rendement aussi fécond que celui qu'il serait bien en état d'obtenir. Cela se rapporte surtout à notre époque si abondante en découvertes et en travaux mathématiques. Néanmoins les moyens d'information sur les progrès dans les domaines que l'on voudrait étudier, ne sont pas les meilleurs, du point de vue de leurs organisations.

---

[1] *L'idéal Scientifique des Mathématiciens dans l'antiquité et dans les temps modernes.* Paris, Alcan, p. 195.

[2] *La méthode dans la philosophie des Mathématiques.* Paris, Alcan 1911.

D'autant plus sont grandes les difficultés dont parle M. Cantor, pour composer l'histoire des idées.

En effet, les connaissances profondes dans le domaine, dont on veut étudier l'évolution, ne sont pas suffisantes. On devrait être doué d'un talent pour découvrir les « étapes embryologiques », d'après l'expression de Poincaré, par lesquelles serait marquée l'évolution de la théorie étudiée; de plus ces dernières étapes devraient être établies de telle manière que le principe de Mach-Poincaré sur l'économie de la pensée soit le mieux satisfait.

Le travail en question s'impose aux spécialistes; c'est à eux de définir tous les éléments de chaque théorie qui serviraient, ensuite, aux philosophes pour composer, à leur tour, l'histoire des sciences.

Les difficultés que l'on va y rencontrer sont intimement liées à la nature même de l'art de la création et aux méthodes de recherches scientifiques.

C'est Platon qui l'avait déjà constaté, en affirmant: « Mais nous sommes dans une situation critique, où c'est une nécessité pour nous de tourner les objets de tous côtés pour en sonder la vérité ».

Evariste Galois, l'un des créateurs des Mathématiques modernes, exprime, concernant les Mathématiques, des considérations analogues, mais d'une manière plus détaillée [1]: ...« De toutes les connaissances, on sait que l'analyse pure est la plus immatérielle, la plus éminemment logique, la seule qui n'emprunte rien aux manifestations des sens... Toutefois, là comme ailleurs, la science est l'œuvre de l'esprit humain, qui est plutôt destiné à étudier qu'à connaître, à chercher qu'à trouver la vérité... La Science progresse par une série de combinaisons où le hasard ne joue pas le moindre rôle... Cela s'applique non seulement à la Science telle qu'elle résulte des travaux d'une série des savants, mais aussi aux recherches particulières à chacun d'eux. En vain, les analystes voudraient-ils se le dissimuler: ils ne déduisent pas, ils combinent, ils comparent; quand ils arrivent à la vérité, c'est en heurtant de côté et d'autre qu'ils y sont tombés ».

---

[1] *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 1906, p. 259-60.

Ces témoignages d'autorités se confirment aisément par quelques brefs exemples sur l'évolution de certaines théories mathématiques.

En voici un. Il a fallu une cinquantaine d'années de recherches préalables faites par les savants les plus distingués, avec EULER, LAPLACE et LAGRANGE, à leur tête, qui ont tenté d'intégrer quelques équations toujours d'une forme toute particulière, linéaires aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue. Enfin, en 1779, Lagrange publia, sans la démontrer, sa réduction classique d'une équation linéaire générale à un système d'équations différentielles ordinaires, dont la théorie nous paraît, à présent, si élémentaire. En 1785, Lagrange donna enfin sa démonstration, mais sous une forme très compliquée en généralisant la méthode d'intégration intuitive de D'Alembert-Euler.

Encore une période d'une nouvelle cinquantaine d'années devait s'écouler avant que JACOBI exposa sa démonstration synthétique de la même théorie, qui figure à présent, dans tous les Cours d'analyse mathématique.

Définitivement, la démonstration analytique de la théorie en question a paru en 1899 [1].

L'histoire des équations non linéaires à deux variables indépendantes, est encore plus démonstrative. Ce n'est qu'au bout de 145 années, après maintes explications hypothétiques et parfois tout à fait inexactes, que l'on a élucidé l'œuvre de CHARPIT, dans la méthode dite de Lagrange et Charpit [2].

Quant aux équations à plusieurs variables indépendantes et au problème des trois corps qui est intimement lié à leur théorie, l'histoire de l'évolution de cette dernière est tout à fait surprenante.

La première solution générale d'une équation aux dérivées partielles du première ordre à plusieurs variables indépendantes

---

[1] N. SALTYKOW. Sur la théorie des équations linéaires aux dérivées partielles du premier ordre d'une seule fonction. *Nouv. An. de Math.*, Paris, 1899, p. 534.

[2] N. SALTYKOW. Recherches de Lagrange dans la théorie des équations aux dérivées partielles. *Travaux du IV^e Congrés des Organisations Académiques Russes à l'étranger*, Belgrade, 1929. En russe.

N. SALTYKOW. Etude Bibliographique sur le Mémoire inédit de Charpit. *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2^me Série, t. LIV, août 1930.

a été fondée par PFAFF sur le problème d'intégration des équations portant son nom.

La théorie en question fut considérablement simplifiée par CAUCHY et par JACOBI qui l'ont émancipée du problème de Pfaff.

Ensuite arrivent les développements de la théorie considérée, faits par S. LIE, grâce à l'introduction nouvelle de ce même problème mentionné.

Or, les progrès récents de la théorie des équations aux dérivées partielles en question émancipent cette dernière du problème de Pfaff, pour la seconde fois, afin de mettre la théorie étudiée en harmonie avec les principes de l'économie de la pensée [1].

L'édition des Œuvres Complètes de S. Lie suivie de Notes bibliographiques sur leur composition, fait voir les efforts que devait déployer le savant auteur pour établir, moyennant ses propres méthodes, les résultats qui ont été parfois déjà démontrés par des méthodes plus simples.

L'appareil compliqué des recherches inventé par S. Lie, s'est montré d'ailleurs, comme superflu, car il n'était point nécessaire. Mais ces méthodes, grâce à leur complexité, avaient empêché de voir que les résultats obtenus par S. Lie concernant le Problème des trois corps étaient équivalents à ceux qui ont été antérieurement établis par Jacobi et par Bertrand.

Sans l'apercevoir, deux savants mathématiciens allemands, F. KLEIN et M. F. ENGEL, continuèrent, en 1916 et 1917, de délibérer quant aux études de S. Lie sur le problème des trois corps [2].

Cependant BERTRAND, dans ses conclusions sur ce dernier problème est allé plus loin que ne l'avait fait S. Lie. Bertrand avait, en effet, établi, concernant les invariants différentiels, les résultats exacts qui ont échappé à S. Lie [3].

---

[1] N. SALTYKOW. *Méthodes Modernes d'intégration des Equations aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue.* Paris, Gauthier-Villars, 1934.

N. SALTYKOW. Etudes sur l'évolution des Méthodes Modernes d'Intégration des Equations aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue. *Mémoires de l'Académie Royale de Belgique*, in-8°, Bruxelles, 1934.

N. SALTYKOW. Progrès et problèmes actuels de la théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre à une fonction inconnue. *Rapport au Congrès Interbalcanique des Mathématiciens à Athènes*, septembre 1934.

[2] *Nachrichten d. K. Ges. d. W. zu Göttingen. Math.-phys. Klasse.* 1916, 1917.

[3] J. BERTRAND. *Journal de Mathématiques*, t. XVII, p. 593.

S. LIE. *Math. Annalen*, Bd. XXV.

N. SALTYKOW. Groupes fonctionnels semi-gauches, incomplets. *C. R.*, 6 novembre 1933.

La théorie des équations aux dérivées partielles du second ordre présente encore plus de sujets pour les méditations critiques.

En voilà un exemple élémentaire.

Depuis plus d'un siècle et demi on a exposé la généralisation faite par LEGENDRE de la théorie de LAPLACE des équations hyperboliques. On avait toujours cité dans ce but deux transformations qui devraient donner les deux conditions distinctes d'intégrabilité.

Or, on démontre aisément [1], que les deux transformations en question ne produisent que les mêmes conditions, lesquelles ne dérivent que d'une seule des deux transformations étudiées.

Les considérations exposées, à titre d'exemples, représentent les résultats d'études historico-critiques.

On entre de cette manière dans le domaine de l' « Histoire des Idées ».

Or, le problème restreint que l'on vient de poser, est encore loin de satisfaire aux exigences de M. Cantor. Il ne saurait être qu'un pas vers leur accomplissement. En effet, il ne s'agirait d'abord que d'accumuler les faits, indispensables aux philosophes pour composer l' « Histoire des Idées ».

Eneström, le savant rédacteur du Journal *Biblioteca Mathematica* a été un vif partisan de l'histoire de l'évolution des idées mathématiques. Il voulait même composer dans ce but un dernier volume pour l'Encyclopédie mathématique.

Or, le seul moyen possible d'y réussir consisterait dans la subdivision des travaux. On ne peut guère surmonter les difficultés, dont parlait M. Cantor.

Il s'agirait donc de l'organisation, dans ce but, de travaux collectifs, car à l'heure actuelle un seul savant ne pourrait jamais embrasser toute la complexité des connaissances mathématiques.

Il faudrait, par conséquent, prendre les mesures possibles pour contribuer à la propagation la plus large des connaissances historiques et critiques, concernant l'évolution des idées, dans toutes les branches des Mathématiques.

---

[1] N. SALTYKOW. Note sur la méthode de Legendre pour intégrer les équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre. *Travaux du Deuxième Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves*, Prague, septembre 1934.

Ces mesures ne pourraient être prises que de la part d'une organisation possédant le plus d'autorité.

Les considérations exposées dans le présent article, représentent le sujet du rapport présenté par l'auteur au Deuxième Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves tenu à Prague, les 23-28 septembre 1934. Ce rapport a été suivi de trois propositions soumises au jugement et à l'initiative du Congrès:

I. *Encouragement des recherches historiques et critiques sur l'évolution des idées mathématiques considérées en général et tout particulièrement dans les pays Slaves.*

II. *Organisation, durant les Congrès, de Conférences spéciales sur l'évolution des idées dans certaines branches des Sciences Mathématiques, d'après les décisions prises aux Congrès précédents.*

III. *Constitution d'une Commission historique permanente sur l'Evolution des Mathématiques. Cette Commission présenterait aux Congrès les résultats de ses travaux et contribuerait à l'organisation des conférences mentionnées.*

Ces propositions ont été adoptées à l'unanimité par le Congrès. La Commission permanente élue à la séance de clôture, a été composée comme suit.

M. Q. Vetter (Tchécoslovaquie). — M. S. Zaremba (Pologne). — M. L. Tchakaloff (Bulgarie). — M. M. B. Gavrilovitch et N. Saltykow (Yougoslavie).

Malheureusement, comme ceux des savants russes, qui se trouvent en Russie Soviétique, ne sont pas venus au Congrès, il fut impossible de compléter la Commission par leur représentant.

Cependant les questions à étudier exigent la plus large propagation. Par conséquent, les travaux à effectuer méritent d'être étendus dans les cadres internationaux [1].

[1] On pourrait comparer ces desiderata avec ceux qui émanent précisément de Moscou: Première Conférence internationale pour la Géométrie différentielle tensorielle et ses applications. Voir le dernier fascicule de *L'Enseignement mathématique*, p. 99. — *N.d.l.R.*