# E. Borel et R. Deltheil. — La Géométrie et les Imaginaires (Bibliothèque d'Education par la Science publiée sous la direction de M. Emile Borel).— Un volume petit in-8° de 310 pages. Prix: 30 francs. Albin Michel, Paris, 1932.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

et parvenir aux théorèmes de Céva, de Ménélaüs, aux propriétés des quadrilatères complets. Les cercles, les sphères, la géométrie du triangle peuvent être abordées avec un esprit analogue. Telle est la voie suivie pour identifier le calcul à exposer avec les bases mêmes de la géométrie euclidienne.

Les produits vectoriel, scalaire ou mixte sont combinés avec la théorie des déterminants. Ceci est fort remarquable comme pouvant ménager, pour l'avenir, de faciles digressions sur le Calcul tensoriel. La trigonométrie sphérique profite également de telles symétries et de nombreux et élégants exercices terminent ainsi une Première Partie du volume.

La Seconde Partie est relative à la Géométrie analytique. Elle est d'abord très développée, très riche en propriétés cycliques et sphériques. Viennent ensuite les coniques avec leurs propriétés polaires. Les lieux géométriques sont présentés à l'avantage de la méthode vectorielle mais avec une ingéniosité entraînant facilement gain de cause. Mêmes remarques à propos de nombre de courbes usuelles (cycloïde, limaçon, etc.) et expositions simples pour les tangentes, les normales et la courbure. La construction des courbes quelconques est aussi vectorialisée en partant, bien entendu, d'équations vectorielles. Et cette Seconde Partie aboutit encore à une belle collection d'exercices.

La matière est délicate parce qu'elle n'a pas ou, plus exactement, parcequ'elle n'a plus sa fin en soi. Il faut songer au Calcul tensoriel qui peut atteindre les métriques les plus complexes en partant aussi de la géométrie la plus élémentaire. Ceci me ramène aux *Applications of the Absolute Differential Calculus* de A. J. McConnell dont j'ai récemment fait l'analyse ici même. J'attends avec curiosité et sympathie le Tome II de M. P. Nillus pour voir s'il ira jusque là. Les besoins de la technique ne sont pas audessous de ce désir et l'auteur du présent Tome I montre qu'il a les moyens de le réaliser.

A. Buhl (Toulouse).

E. Borel et R. Deltheil. — **La Géométrie et les Imaginaires** (Bibliothèque d'Education par la Science publiée sous la direction de M. Emile Borel).— Un volume petit in-8° de 310 pages. Prix: 30 francs. Albin Michel, Paris, 1932.

Ouvrage très original qui correspond bien à un idéal indiqué dans la Préface.

Lorsqu'on s'intéresse véritablement à la Science, on l'apprend souvent beaucoup mieux en se laissant guider plutôt par des raisons d'intérêt et de curiosité que par l'enchaînement logique des choses. Certes la logique et la rigueur ne perdent jamais leurs droits mais il sera temps d'y avoir égard après coup, quand la nécessité s'en fera sentir. Commençons par nous émerveiller. Il semble bien qu'un tel conseil ait été déjà donné autrefois par des savants comme Charles Hermite et Henri Poincaré. Repris par MM. Emile Borel et Robert Deltheil il aboutit aujourd'hui à l'élaboration d'un livre fort élégant qui semble surtout consacré, d'une part, à l'exposition élémentaire et géométrique de la notion de groupe, d'autre part aux préliminaires les plus esthétiques de la Théorie des fonctions d'une variable complexe. Et comme l'emploi de la variable complexe élucide déjà pas mal de faits géométriques, un premier et très grand intérêt apparaît, correspondant d'ailleurs au titre même de l'ouvrage. La Géométrie, même envisagée, au début, sous un aspect réel, ne se développe pleinement qu'avec un symbolisme qu'on rend peut-être un peu plus nébuleux qu'il ne convient en le qualifiant d'imaginaire mais qui, à coup sûr, n'est pas entièrement construit dans le réel. Première opposition bien faite pour éveiller la curiosité, le désir d'étudier de telles oppositions (nombreuses dans la science élevée) et même la méditation philosophique.

Sans entrer beaucoup dans les détails de l'exposition, il faut insister cependant sur tout ce qui se rapporte à la transformation homographique à variable réelle ou imaginaire. La géométrie des cercles apparait alors comme aussi simple que celle des configurations rectilignes.

Dans l'introduction à la Théorie des fonctions, des pages extrêmement intéressantes ont été écrites à propos de la notion de *coupure*. Franchir une coupure entraîne des faits singuliers, généralement discontinus mais de la nature des discontinuités de date qui s'observent aux environs de notre $180^{me}$ degré de longitude. Jules Verne et le Tour du Monde en 80 jours sont cités en remarquant que le voyage prendrait une allure beaucoup plus singulière encore s'il pouvait s'effectuer en moins d'une journée.

On termine sur des pages plus austères, où figure notamment le théorème fondamental de l'Algèbre, mais le propre du livre est précisément de montrer combien les faits mathématiques s'allient aisément avec ceux du domaine courant, les propriétés de pénétration de l'esprit étant mises à contribution, dans les deux cas, de manières fort analogues. Cette façon de concevoir l'analyse et la géométrie éveillera sans doute des vocations. Quoiqu'il en soit, le but éducatif de l'œuvre semble pleinement atteint.

A. Buhl (Toulouse).

R. Noguès. — **Théorème de Fermat. Son histoire.** — Un volume in-8° de 180 pages. Prix: 25 francs. Vuibert, Paris, 1932.

Il est à peine besoin de dire que le Théorème de Fermat dont il s'agit est celui qui est relatif à l'équation $x^n + y^n = z^n$ et à son impossibilité en nombres entiers dès que $n$ surpasse 2. Ce livre va certainement rendre service aux Académies et Sociétés scientifiques diverses qui voient continuellement tomber sur leur bureau de prétendues démonstrations du diabolique théorème. Ces productions, dues à des arithméticiens d'occasion, pêchent, d'abord, et très généralement, par un manque absolu d'érudition. Chacun essaie son petit truc sans paraître se douter de l'envergure prise par les infructueuses tentatives dues à de véritables savants. On peut espérer qu'un exposé comme celui de M. Noguès incitera davantage à la prudence. Cet exposé est divisé en une partie historique et en une partie mathématique proprement dite, ce qui se comprend fort bien. L'histoire d'essais avortés peut être fort exacte et il valait mieux ne pas la confondre avec les essais eux-mêmes, brièvement reproduits, à grands traits, plutôt que discutés et analysés. C'eut été là, d'ailleurs, une tâche formidable pour laquelle il aurait fallu nombre de gros volumes.

Tous les essais que l'on peut qualifier de malheureux, du fait qu'ils n'ont point atteint le but visé, ne sont point cependant regrettables en eux-mêmes. Chez de grands mathématiciens ils ont donné nombre de résultats de haute valeur aidant à constituer l'Arithmétique supérieure, la Théorie des Nombres algébriques et celle des Idéaux, bref cette belle Science sur