Georges Bouligand. — Introduction à la Géométrie infinitésimale directe. Préface de M. Elie Cartan. —- Un volume gr. in-8° de vm-230 pages. Prix: 36 francs.'Vuibert, Paris, 1932.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1932)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

lequel il faut considérer une suite de $f_n(z)$. De là découlent la notion de famille normale, de point *irrégulier* ou *singulier collectif*. Je ne décris pas davantage mais on sent qu'ici il y a une grande idée fragmentant les difficultés.

Le premier Chapitre débutant par les formules de Green et de Poisson-Jensen qui, comme la représentation conforme, peuvent servir à des développements physiques, on obtient, avec M. Montel, une Théorie des fonctions très imagée que l'on suit comme on suivrait un enchaînement de phénomènes. Il est extrêmement remarquable d'observer avec quelle plasticité les formules initiales donnent, sans complications apparentes, des propriétés générales appartenant aussi bien aux fonctions méromorphes. Sans doute, il y a, en tout cela, un merveilleux usage de l'uniformité. Après tant et tant de travaux, tant et tant d'expositions se rapportant aux théorèmes de M. Picard, il serait singulièrement imprudent de vouloir établir un classement où l'on rechercherait la plus belle apparence des choses. Ceci n'empêche pas que M. Montel a parfaitement compris ce qu'on lui demandait à Cluj et qu'il nous donne, avec l'aide de M. Sergesco, des leçons initiatrices à recommander tout particulièrement aux néophytes.

A. Buhl (Toulouse).

Georges Bouligand. — **Introduction à la Géométrie infinitésimale directe.** Préface de M. Elie Cartan. — Un volume gr. in-8° de VIII-230 pages. Prix: 36 francs. Vuibert, Paris, 1932.

Cet ouvrage, extrêmement intéressant et qui va sans doute devenir fondamental quant à l'étude d'une géométrie infinitésimale renouvelée, aurait certainement soulevé des tempêtes si l'on avait pu seulement l'esquisser il y a trente ans. Aujourd'hui il ne suscitera que des travaux et des vocations. C'est du moins ce que souhaite M. Elie Cartan, à la fin de la Préface. Mais, à propos, que pourrais-je écrire, après M. Cartan, pour présenter ce livre ?

La première opération fondamentale de la Géométrie infinitésimale classique est celle qui consiste à passer d'un point à un point infiniment voisin tout en prenant ceux-ci dans des infinités de points, lignes, surfaces ou variétés quelconques. Soyons plus modernes en parlant d'*ensembles* de points. Nombreuses sont les tentatives de géométrisation de la Théorie des ensembles mais, pendant longtemps, on a pu croire que le concept d'espace ne pouvait indéfiniment se prêter à la représentation des concepts ensemblistes de plus en plus complexes. Les espaces abstraits de M. Fréchet peuvent déjà faire revenir sur cette manière de voir. Avec M. Bouligand, on peut remarquer, plus élémentairement, que faire de la géométrie étant une opération essentiellement sélective reposant sur la notion de groupe, on se trouvera encore dans un domaine géométrique lorsque des ensembles de points et leurs points d'accumulation seront transformés en des ensembles analogues par des groupes qui resteront à préciser. Mais il n'est pas besoin d'en dire davantage pour comprendre que l'ancienne idée des points, soumis à des transformations ponctuelles, peut être considérablement élargie en celle de *concepts nouveaux*, associables à des points et transformables, avec une certaine covariance, par des groupes adéquats. Il semble même que l'on puisse avancer indéfiniment dans cet ordre d'idées en généralisant de plus en plus les *concepts nouveaux* et les groupes qui leur assurent quelque conservation totale ou partielle. Pour l'instant — et ceci est déjà plus que joli — les concepts qui s'associent aisément aux points d'accumulation sont le *contingent* et le *paratingent*. Je rappelle, avec M. Cartan, qu'en un point A d'une ligne ordinaire le contingent contient les limites des sécantes AM et que le paratingent contient les limites des sécantes MM′, lorsque M et M′ tendent vers A. Quant aux groupes qui conservent de telles configurations on pourra, par exemple, dans le cas de trois variables, les représenter par

$$X = f(x, y, z) , \quad Y = g(x, y, z) , \quad Z = h(x, y, z) ,$$

ces fonctions ayant des dérivées partielles du premier ordre continues et un jacobien non nul. Si l'on écrit

$$\xi = \varphi(X, Y, Z) , \quad \eta = \psi(X, Y, Z) , \quad \zeta = \varpi(X, Y, Z) ,$$

ces nouvelles fonctions auront encore des dérivées du premier ordre et c'est cela qui est la propriété groupale essentielle. On voit la largeur des hypothèses qui président à l'élaboration de la nouvelle géométrie. Il me vient même une idée que je donne ici, en passant, pour ce qu'elle vaut. L'existence des dérivées partielles du premier ordre pour les fonctions X, Y, Z ou ξ, η, ζ entraîne l'existence de déterminants fonctionnels qui assurent l'existence d'intégrales multiples et de transformations y afférentes. Dans ces conditions la G.I.D. (géométrie infinitésimale directe) pourrait avoir une origine intégrale et aurait alors un degré de généralité analogue à celui des considérations ensemblistes adjointes par M. Henri Lebesgue à la notion même d'intégrale. Il me semble d'ailleurs que, pour des raisons diverses, ceci est aussi l'opinion que M. Bouligand laisse transparaître en plusieurs endroits de son beau livre.

Quoiqu'il en soit, je n'ai indiqué jusqu'ici que quelques idées absolument essentielles. Que dire de nombreux développements tous plus intéressants les uns que les autres. D'abord le sympathique auteur ne suppose aucune connaissance préliminaire de la Théorie des ensembles. Il la reprend au début et d'une manière particulièrement intuitive puisqu'il a l'intention d'aboutir à des considérations géométriques tangibles. Quelle belle occasion de se familiariser avec le lemme de Borel-Lebesgue et les fonctions semi-continues de René Baire, avec la notion de distance de deux ensembles, avec la construction de Cantor-Minkowski et tant d'autres choses encore.

Des exercices, des sujets d'étude terminent le volume. Je crois bien que tout cela ne tardera pas à porter des fruits abondants et savoureux.

A. Buhl (Toulouse).

H. Bateman. — **Partial differential Equations of Mathematical Physics.** — Un volume relié gr. in-8° (26 × 17) de XXII-522 pages. Prix: 42 *s.* net. At the University Press, Cambridge, 1932.

Magnifique volume consacré surtout aux propriétés exactes des Equations aux dérivées partielles de la Physique mathématique. Le point de vue n'est cependant pas exclusif, l'auteur ne s'étant nullement interdit de montrer les contacts de l'exact et de l'approximatif, contacts devenus particulièrement intéressants, dans ces dernières années, avec des travaux, tels ceux de M. Nicolas Kryloff, sur lesquels il nous faudra précisément revenir ci-après.