

**Leon Lichtenstein. — Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-Differentialgleichungen nebst Anwendungen.— Un vol. gr. in-8° de x-164 pages. Prix: Rm. 16,80. Julius Springer, Berlin, 1931.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1931)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **21.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

trique des idéaux en des domaines imaginaires ou réels. Ce sont alors les idées de Klein et de Poincaré sur les groupes linéaires ou automorphes à domaines non-euclidiens. Et tout cela, répétons-le, est déduit du Nombre et de ces harmonies, de ces identités entre nombres dont la recherche et l'étude, tout en remontant à l'Antiquité, sont plus que jamais à poursuivre, toute notable découverte, dans cet ordre d'idées, valant, répétons-le, autant qu'une cosmogonie.

A. BUHL (Toulouse).

LEON LICHTENSTEIN. — **Vorlesungen über einige Klassen nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-Differentialgleichungen nebst Anwendungen.** — Un vol. gr. in-8° de x-164 pages. Prix: Rm. 16,80. Julius Springer, Berlin, 1931.

Analyse d'approximations qui est bien dans la note de la science actuelle. La méthode variationnelle appliquée à des équations différentielles de première approximation, pour en atteindre une seconde, est aussi ancienne que la Mécanique céleste. Elle s'est précisée avec les équations aux variations dues à Henri Poincaré. Ici ce sont les équations intégrales ordinaires, complétées par un terme perturbateur (qui peut d'ailleurs dépendre de la fonction inconnue) qui prendront, ainsi complétées, une forme non linéaire pour laquelle on s'efforcera de faire varier les solutions classiques. Problèmes difficiles, résolus d'abord « en petit », c'est-à-dire quand le terme perturbateur est minime. Il faut aussi que ce terme ait des formes appropriées mais on constate bientôt que cette dernière condition, loin de diminuer l'intérêt est plutôt de nature à l'augmenter car la recherche des formes appropriées est d'une plasticité tout à fait remarquable. De plus, les théories possibles obtenues, ainsi qu'il arrive si souvent en Mathématiques, sont, comme on le voit au second chapitre, justement celles qui correspondent à d'importants problèmes posés par la Géométrie, la Mécanique et la Physique. Et M. Lichtenstein montre tout ceci avec beaucoup d'art et d'aisance, n'encadrant rien, qui ne paraisse très naturellement encadré. Les conditions d'analyticité, de régularité, de convergence uniforme suffisent à de délicates délimitations obtenues en des voies plus détournées par A. Liapounoff, E. Schmidt et quelques autres précurseurs. Les équations intégrodifférentielles non linéaires qui se laissent ramener à des équations intégrales également non linéaires (mais enfin qui ne sont qu'intégrales) donnent lieu à des considérations avoisinant les recherches de Liouville sur les équations du second ordre.

Les applications du chapitre II ont trait à la propagation d'ondes superficielles d'amplitude finie étudiés par M. Levi-Civita non sans contact avec des lemmes de M. Emile Picard. La théorie du rayonnement admet des rapprochements de même nature englobant des travaux de MM. Carleman, S. Bernstein, Nekrassow. Remarques analogues pour  $\Delta z = F(x, y, z, p, q)$  avec questions aux limites y associées. A remarquer encore le cas où  $F$  est représenté par une intégrale triple de construction très symétrique, celui où  $F$  ne contient ni  $p$  ni  $q$  et enfin l'équation  $\Delta z = ke^z$  (Picard, Poincaré, Bieberbach, Le Roy, Bernstein...) sur laquelle M. Picard est précisément revenu dans le volume placé en tête de cette bibliographie.

Le chapitre III traite de quelques classes d'équations intégrodifférentielles qui ne se laissent pas ramener à des systèmes intégraux même non linéaires. Ces questions ont de profondes racines dans le passé avec les équations aux

dérivées partielles du type elliptique, les surfaces minima et le problème de Plateau, l'équation de Lagrange provenant de la variation d'une intégrale double; elle se sont modernisées avec les travaux de M. Georges Giraud. Ce dernier et excellent géomètre vient d'ailleurs de reprendre dans les *Comptes rendus* (9 novembre 1931) des discussions manifestement en rapport avec les citations de M. Lichtenstein. L'impossibilité étudiée ici n'a cependant lieu qu'en général; elle laisse des cas accessibles aux méthodes du chapitre premier et il semble même que l'étude de ces cas particuliers puisse être indéfiniment poursuivie. La théorie de l'équilibre d'une masse fluide en rotation s'accorde d'une analyse maniable ainsi que diverses questions relatives aux fluides parfaits, questions dans lesquelles on retrouve des généralités appartenant aux mouvements tourbillonnaires.

Dans le Chapitre IV et dernier, l'étude des équations non linéaires « en grand » reprend, au fond, les travaux de Ritz et ceux plus récents de Kryloff, avec leurs intégrales multiples conditionnées par la fameuse inégalité de Schwarz. On étudie des équations asymptotiques aux équations intégrales. Tous ces domaines sont ardues et l'œuvre y trace comme un réseau de sentiers permettant de contempler de très près les difficultés fondamentales; quand les positions de celles-ci ne sont pas enlevées, il semble qu'elles soient toujours rétrécies en quelque chose, ce qui prouve, une fois de plus, que M. Lichtenstein est un excellent tacticien. Une dédicace nous rappelle aussi qu'il est l'ami de M. Emile Meyerson, ce qui fait très bien à côté de procédés d'exposition où l'approximatif joue un grand rôle, le rationalisme à propriétés universellement exactes et invariantes n'étant pas celui de la Nature.

A. BUHL (Toulouse).

Tullio LEVI-CIVITA. — **Caratteristiche dei Sistemi differenziali e Propagazione ondosa.** Lezioni raccolte dal Dott. G. Lampariello (*Attualità Scientifiche*, N. 41). — Un vol. in-8° de VIII-112 pages. Prix: L. 15. Nicola Zanichelli, Bologne, 1931.

Ce livre, simple et maniable, met au point une question apparue dans la Science avec Hugoniot, brillamment poursuivie par M. Jacques Hadamard et aboutissant actuellement à la Mécanique ondulatoire, à la lumière ondulée et photonique, aux travaux développés en France par le génie de M. Louis de Broglie. Un coup d'œil sur l'index placé à la fin du volume rappelle notamment Bateman, surtout Cauchy, Charpit, Darboux, Debye, Dirac, Einstein, Fermi, Fresnel, Goursat, Heisenberg, Jacobi, Janet, Maxwell, Pfaff, Planck, Riemann, Schrödinger, Volterra. Désordre alphabétique qui, cependant, rapproche toute la Physique théorique des équations aux dérivées partielles du second *et du premier* ordre. Car c'était véritablement un scandale de la Physique mathématique classique que de voir celle-ci ne reposer que sur des équations du second ordre; il restait à y incorporer l'équation de Jacobi, ce qui donna précisément naissance à la Mécanique des ondes.

Comme le fait expressément et excellemment remarquer M. Levi-Civita, la dualité des ondes et des corpuscules résulte de dualités analytiques fondamentales et simples, notamment de celle des *caractéristiques* et des *bi-caractéristiques*. Ces notions ne sont pas nouvelles; il faut, pour la plus grande partie, les faire remonter à Cauchy. Une fois de plus, l'analyse abstraite aura pris, tout à coup, une signification phénoménale.

M. Levi-Civita est très large dans sa définition du mouvement ondu-