7. — Système ∞^3 de toutes les suites situées sur une même droite.

Nous passons sur la classification des systèmes ∞^3 de suites de points identique à celle des faisceaux de suites de droites correspondant à son tour par dualité à la classification faite au numéro 3. Etudions cependant un cas particulier, celui des suites de points situées sur une même droite. Si

$$(um)(\mu\tau) = 0 \tag{23}$$

est une des représentations paramétriques de cette droite,

$$(\alpha\tau)(\beta\sigma) = 0 \tag{24}$$

l'équation d'une homographie binaire, l'équation:

$$(um)(\mu\alpha)(\beta\tau) = 0 \tag{25}$$

nous donne, en variant l'homographie (24), toutes les suites de points situées sur la droite. Les suites singulières correspondent aux homographies singulières:

$$(\alpha\tau)\,.\,(\beta\sigma) = 0\ . \tag{26}$$

Or, pour ces homographies, le premier membre de l'équation (25) se décompose; on a

$$(um)(\mu\alpha)\,.\,(\beta\tau) = 0\ . \tag{27}$$

En variant α et β indépendamment l'un de l'autre on obtient les suites singulières du système. *L'ensemble des points-images correspondants forme donc une quadrique non dégénérée:* α restant fixe nous avons une génératrice dont les points correspondent aux suites singulières formées par un point fixe de la droite (23) associé à tous les paramètres β (IV a); β restant fixe nous avons tous les points de la droite (23) associés à ce même paramètre.

Soit P le point correspondant en E_3 à la suite de points donnée (23). Le plan polaire de P par rapport à la quadrique (27) est le lieu des points-images des suites de points en involution avec (23). La conique intersection du plan polaire et de la quadrique est le lieu des suites de points singulières:

$$(um)(\mu\sigma) \,.\, (\sigma\tau) = 0 \,, \tag{28}$$

qui composent la suite donnée, c'est-à-dire l'ensemble des suites formées par un point quelconque de la suite (23) associé à son paramètre correspondant.

La conique en question engendre une homologie entre droites et plans générateurs de la variété v_3. Une droite et un plan de v_3 passant par un point de la conique se correspondent dans cette homologie qui est l'image de l'homologie laissant correspondre à chaque point de (23) le paramètre associé.

Remarquons que l'espace E_3 *dont nous venons de parler est l'espace des droites bissectrices*[1] *de* v_3 *passant par* P et que les droites tangentes engendrent un cône de deuxième ordre qui coupe v_3 suivant la conique (28).

Les espaces E_3 en question *(images des droites du plan projectif)* correspondent enfin par dualité aux droites génératrices de la variété v_3 *(images des points du plan projectif).*

8. — Variété v_4^3 des suites de points perspectives d'une suite de points fixe.

Soit:

$$(um_1)(\mu_1\tau) = 0 \tag{29}$$

une suite de points régulière fixe. Les suites de points $(um)(\mu\tau) = 0$ perspectives avec elle vérifient, d'après (14), l'équation:

$$(v_1 m)(\mu\mu_1)(m_1 v) = 0 \tag{30}$$

de troisième degré en coordonnées $m_i\,\mu_k$.

(30) représente donc en E_5 une variété v_4^3 à quatre dimensions et du troisième ordre qui est complètement déterminée par le point-image P de la suite de points (29). Nous voulons donner une construction de cette variété.

[1] Un espace E_3 de position générale passant par P coupe v_3 le long d'une cubique gauche et il y a une seule bissectrice de la cubique gauche passant par P.