

**Emile Picard. — Leçons sur quelques types
simples d'équations aux dérivées partielles
avec des applications à la Physique
mathématique. (Cahiers scientifiques publiés
sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule
I). — Un vol. gr. in-8° de viii-214 pa...**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1928)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **24.04.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Emploi des séries trigonométriques et de leurs généralisations. Systèmes différentiels linéaires et approximations successives. Hypothèses de sommabilité quant aux données et aux solutions. Armille à chaleur spécifique variable. Problème de Dirichlet plan.

Sur la distribution de l'Electricité avec la loi de Neumann et sur la Théorie analytique de la Chaleur dans le cas d'un saut brusque de température (Rendiconti di Palermo, 1914). La loi de Neumann étant plus générale que celle de Coulomb, on a ici un théorème de Poisson généralisé puis des équations intégrales également plus générales que celles liées à l'ordinaire théorie du potentiel. Pour le problème thermique, association de deux équations.

Sur la rotation d'un système déformable (Bull. Soc. math., 1894). Problème du chat envisagé par Marey, P. Appell, Guyou, Marcel Deprez, Maurice Lévy. Construction d'un appareil très simple pouvant tourner sur lui-même par le seul jeu de forces intérieures.

L'Œuvre de Henri Poincaré (Ann. Ec. Norm., 1913).

Discours de Réception à l'Académie Française (1926).

Nous n'insistons pas sur ces deux derniers écrits dont les titres sont suffisamment explicites. D'ailleurs n'en est-il pas de même des autres titres généralement longs et cherchant manifestement à exprimer déjà une idée complète? Par contre les Mémoires eux-mêmes sont courts; en moyenne, ceux de cette admirable anthologie n'excèdent guère une douzaine de pages. Quelle leçon pour tant d'auteurs modernes, souvent jeunes, qui s'exaspèrent de ne pouvoir publier leurs premières productions, souvent même leur thèse, dans des Recueils encombrés qu'on projette d'encombrer encore davantage. Les notions d'intégrale abélienne, de groupe abélien, invoquées ci-dessus, font penser, plus généralement, à la manière abélienne. Abel aussi savait être prodigieux et bref et il semble qu'on retrouve dans *Selecta*, sous une forme modernisée, les méthodes incisives du génial adolescent norvégien. La forme moderne est celle des « clefs d'or ». Devant la complication apparente de certaines questions, une propriété fonctionnelle extrêmement nette, concernant souvent une simple singularité, est d'abord mise en évidence. C'est là l'instrument, minime en lui-même, qui broiera cependant, et comme par enchantement, des difficultés énormes à première vue. Le tout était de choisir cet instrument. Le procédé peut-il être recommandé ou relève-t-il d'un génie qu'on n'imite point à volonté? Il peut, en tout cas, être étudié et *Selecta* nous offre, pour cela, de nouvelles et merveilleuses facilités.

A. BUHL (Toulouse).

Emile PICARD. — **Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles avec des applications à la Physique mathématique.** (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule I). — Un vol. gr. in-8° de VIII-214 pages et 73 figures. Prix: 35 francs. Gauthier-Villars et C^{ie}. Paris, 1927.

Nouvelle collection scientifique, jusqu'ici mathématique avec deux volumes dus respectivement à MM. Emile Picard et Elie Cartan. Il semble qu'il s'agisse, en principe, de cahiers de cours reflétant un enseignement magistral d'une manière immédiate sans complète recherche du fini didactique. Or, ceci doit pouvoir rendre de très grands services, car des savants de premier ordre, enseignant quelque science en formation, se sont souvent

refusés à une publication de leur enseignement; ils craignaient de manquer de rigueur, remettaient à beaucoup plus tard la rédaction d'un cours retouché et, en attendant, privaient bien des disciples possibles d'aperçus qui, quoique seulement ébauchés, auraient pu jouer un rôle créateur. Maintenant, je dois ajouter que, lorsqu'il s'agit de professeurs tels que MM. Picard et Cartan, les ébauches sont des œuvres d'art qui semblent voisines de la perfection; le cahier devient livre. Mais l'idée de M. Julia n'en est pas moins excellente et personne ne lui reprochera d'avoir commencé sa collection par de trop beaux cahiers.

Dans la présente œuvre de M. Emile Picard, on a plaisir à retrouver, plus développés, nombre de points signalés, dans l'article précédent, à propos de *Selecta*. Il s'agit surtout des équations aux dérivées partielles de la Physique mathématique dans leurs rapports avec la Théorie des Fonctions et celle des équations intégrales. Et il faut savoir grand gré à l'illustre auteur de ne pas commencer par des généralités relatives à ces dernières, mais d'avoir, au contraire, grandement profité des formules de Fourier et de Cauchy; si bien que c'est l'ordre dans lequel la Science s'est développée qui nous est véritablement présenté ici.

Sur la petite équation de la chaleur $t = p$, on peut aisément apercevoir les exceptions à la validité des théorèmes généraux d'existence concernant les solutions. Des séries entières en x , contenant une arbitraire $\varphi(y)$, ne convergent que pour φ fonction entière.

On sait que ceci est en relation avec des φ qui ne sont pas dans ce cas mais dont on peut approcher autant qu'on veut par fonctions entières d'où un théorème de Weierstrass qui a été le point de départ de la théorie des séries de polynômes et a lié l'analytique au non analytique. L'équation de Fourier précédente régit plusieurs problèmes calorifiques ou électriques liés à l'intégrale de Laplace-Abel; les problèmes aux limites sont relativement simples et susceptibles d'être élégamment résolus à l'aide d'intégrales définies classiques; c'est ainsi notamment qu'apparaissent (p. 43) les fonctions réciproques de Cauchy-Fourier. Plusieurs intégrales, issues physiquement de considérations réelles, donnent aussi lieu à d'intéressantes questions de prolongement dans le domaine complexe. Le principe de Dirichlet, dans le cas du cercle, introduit l'intégrale de Poisson. On peut dès lors mentionner quelques généralités sur l'équation intégrale de deuxième espèce au sens de Fredholm, mais M. Picard nous montre qu'ici, il y a encore beaucoup à faire avec des intégrales définies considérées bien antérieurement. L'intégrale de Cauchy et la notion de valeur principale peuvent être aussi rapprochées des équations intégrales conformément à des remarques publiées, en 1921, par M. Gaston Bertrand; quelques oppositions augmentent d'ailleurs grandement l'intérêt des analogies. Après les problèmes de Dirichlet et de Riemann il convient de signaler celui de Hilbert en lequel

$$u(x, y) + i v(x, y) \quad \text{donne} \quad au + bv + c = 0$$

sur un contour fermé. Les valeurs principales d'intégrales se rencontrent dans nombre d'autres questions où figurent des potentiels et les dérivées tangentielles de ceux-ci. Henri Poincaré l'a montré dans la théorie des marées avec des résultats qui ont encore été perfectionnés, en 1923, par M. Gaston Bertrand.

Nous arrivons maintenant aux équations $\Phi(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$ et

notamment à la notion de caractéristique. L'équation en litige est surtout maniable lorsqu'elle est linéaire en r, s, t mais ce cas, outre qu'il est le plus important au point de vue physique suffit à diriger l'analyse dans des voies nouvelles. M. Emile Picard considère ici quatre problèmes fondamentaux : intégrale passant par deux caractéristiques, intégrale et dérivée partielle données sur une courbe, intégrale donnée sur une caractéristique et sur une courbe quelconque, intégrale donnée sur deux courbes quelconques. Des distinctions s'imposent tout de suite quant à l'analyticité des données et des solutions, les équations hyperboliques, où les termes du second ordre sont réduits à s , se prêtant d'ailleurs naturellement à des discussions basées sur la classification indiquée. C'est peu après qu'intervient l'importante notion d'équation adjointe. Le troisième problème conduit à une équation intégrale dite « de Volterra ». La méthode des approximations successives, créée par M. Picard, s'impose encore dans ces questions notamment à propos du quatrième problème. L'équation des cordes vibrantes, celle des télégraphistes font naître des intégrales, périodiques dans le temps et l'espace, qui, chose curieuse et presque paradoxale, sont étrangères à la nature physique du problème (p. 172).

Les travaux de Poincaré sur l'équation des télégraphistes nous font revenir à l'inversion des intégrales définies, au problème d'Abel et à ses généralisations.

La grande question qui va terminer ces brillantes leçons est celle des équations

$$\Delta u + ap + bq + cu = 0 .$$

Pour a, b, c nuls on a l'équation de Laplace, pour a, b nuls celle de Poisson. Ici la matière est beaucoup plus analytique que dans les cas hyperboliques. Les problèmes relatifs à la dérivée normale sont particulièrement délicats. La Théorie des surfaces est impliquée dans toutes ces considérations avec l'équation $s = \sin z$ qui correspond aux surfaces à courbure totale constante (p. 205).

La vingt-troisième et dernière leçon a trait au potentiel sphérique de M. Boussinesq qui satisfait à l'équation de D'Alembert concernant la propagation par ondes. Un tel livre — vraiment c'est plus qu'un cahier — ne peut être qu'un inestimable trésor pour ceux qui n'ont point entendu la parole du Maître. Je crois même que beaucoup de ceux qui l'ont entendue réétudieront avec plaisir ces pages si riches quant à la structure de la Science faite, si pleines de suggestions quant aux progrès de celle qui est à faire.

A. BUHL (Toulouse).

E. CARTAN. — **Leçons sur la Géométrie des Espaces de Riemann** (Cahiers scientifiques publiés sous la direction de M. Gaston Julia. Fascicule II). — Un vol. gr. in-8° de vi-274 pages et 34 figures. Prix : 40 francs. Gauthier-Villars et C^{ie}. Paris, 1928.

M. Elie Cartan, à qui on doit tant et tant de travaux de Géométrie, révèle peut-être ici, d'une manière particulièrement nette, le successeur de Gaston Darboux dans la chaire de Géométrie supérieure de la Sorbonne. En effet, on peut dire, en gros, qu'un espace de Riemann à *deux* dimensions n'est rien d'autre qu'une surface ordinaire définissable en elle-même et