G. Valiron. — Lectures on the general Theory of integral functions, translated by E. F. Collingwood with a preface by W. H. Young. — 1 vol. gr. in-8° de xii-208 pages; Prix: 7s. 1/2. Deighton, Bell and Co; Combridge, 1923.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

artistique; point de démonstrations ennuyeuses que l'on se croit cependant obligé d'exposer pour ne point rompre quelque chaîne logique. Tout vit immédiatement et comme il y a tout de suite à résoudre des problèmes d'un grand intérêt et d'une stupéfiante simplicité, l'élève de seconde peut se croire géomètre S'il en tire vanité il n'y aura nullement lieu de le regretter, car cette vanité là ne fera que développer son désir d'apprendre.

Tout au début, la figure 4 nous présente un triangle ABC avec O centre du cercle circonscrit et OM perpendiculaire sur BC donnant K sur le cercle. Si H est l'orthocentre, OM est moitié de AH et AK bissectrice de OAH. Cela, tout simplement, se *voi* ; il faut seulement songer à faire *voir* de telles choses. C'est ce que fait l'auteur tout le long d'un livre impossible à analyser ici en détail mais dont l'esprit est d'ores et déjà indiqué.

Ces *Leçons* sont complètes. Elles comprennent les propriétés harmoniques et anharmoniques des figures, les transformations diverses, les polyèdres, les coniques. De féconds rapprochements entre les diverses disciplines de la géométrie élémentaire sont mis en relief par des tableaux, les lieux jouent un rôle énorme, l'histoire de la science est indiquée sommairement jusqu'à la philosophie de Poincaré, par des extraits bien choisis.

Le sens de l'harmonie grecque est conservé dans l'emploi de méthodes modernes et la poésie même de la géométrie, telle qu'elle a été chantée par Sully Prudhomme, trouve sa place dans cet édifice d'art.

Oui, voici vraiment un très beau livre. A. BUHL (Toulouse).

G. VALIRON. — **Lectures on the general Theory of integral functions,** translated by E. F. COLLINGWOOD with a preface by W. H. YOUNG. — 1 vol. gr. in-8° de XII–208 pages; Prix: 7 s. $^1/_2$. Deighton, Bell and Co; Combridge, 1923.

Ces Leçons, d'origine française mais accueillies avec empressement en Angleterre et traduites en anglais, montrent suffisamment que d'excellents milieux mathématiques peuvent encore être insuffisamment renseignés sur une théorie générale des fonctions entières née surtout avec MM. E. Picard, J. Hadamard et E. Borel.

M. Valiron a voulu être élémentaire, ce qui ne l'a pas empêché d'être savant; les fonctions entières sont intéressantes par leur mode de croissance, par la distribution de leurs zéros, par leurs valeurs asymptotiques à rechercher souvent dans les chemins les plus dissimulés du champ complexe, par les fonctions multiformes résultant de leur inversion, ...

Presque rien de tout cela ne va sans un jeu continuel d'inégalités qui indique qu'ici la propriété fonctionnelle approchée prend le pas sur la propriété exacte, en attendant que, dans des applications, comme celles relatives au prolongement analytique, l'approximatif ne devienne une base des plus solides pour tout un monde d'égalités.

Pour une fonction entière quelconque il doit toujours exister un chemin vers l'infini tel que le module M (r) de la fonction croisse plus vite que r^n. En gros, log M (r) est comparé à une fonction de r. Si log M$(r) < r^k$, il s'agit d'une fonction *d'ordre* déterminé et l'on conçoit que cette notion conduise à étudier d'abord les fonctions d'ordre fini. Ce sont les plus simples au point de vue de la croissance et, parmi elles, on trouve non seulement les fonctions primordiales de l'analyse mais des types étendus, comme ceux satisfaisant à une élégante équation fonctionnelle construite par Henri Poincaré.

L'ordre lie aussi la distribution des zéros pour $F(z)$ et $F(z) - a$ bien qu'au premier abord on soit tenté de voir là des distributions profondément différentes.

La factorisation canonique introduit encore des comparaisons d'entiers d'où résulte la notion de *genre* due à Laguerre. Cette notion lie encore étroitement $F(z)$ et $F(z) - a$, toujours malgré les différences de factorisation, et, de même, $F(z)$ avec ses dérivées.

Nous voici maintenant aux valeurs prises par une fonction entière dans le voisinage de points de module maximum. Il s'agit encore évidemment, quoiqu'avec une précision particulière, de question de croissance; celles-ci conduisent à quitter l'abstraction propre à la fonction entière et à reconnaître la fonction dans les solutions d'équations différentielles; les méthodes ainsi obtenues seront même propres à discuter des équations à solutions non entières mais à croissance comparable à la croissance entière. On aura encore un moyen d'arriver au théorème de Picard et à ses analogues, thèorèmes dont l'importance ne saurait être trop soulignée. De même qu'un polynôme sans racines se réduit fatalement à une constante et que ceci est le théorème fondamental de l'algèbre, une fonction entière sans racines n'existe qu'avec des circonstances qui jettent une lumière des plus vives sur la théorie générale des fonctions.

Quant aux valeurs asymptotiques et aux chemins qui y conduisent, nous sommes encore en pleine évolution. Faut-il rappeler qu'en avril 1899, M. Borel lui-même demandait, dans *L'Intermédiaire des Mathématiciens*, si une fonction entière pouvait tendre vers zéro, à l'infini, dans un angle d'ouverture donnée. La question a fait des progrès avec Mittag-Leffler, Wiman, Lindelöf, . . . mais elle sera, sans doute, toujours ouverte, l'ingéniosité ne pouvant épuiser l'ensemble des manières d'approcher du point à l'infini.

Le dernier chapitre reprend le théorème de M. Picard avec ses généralisations; la comparaison entre l'emploi et le non emploi de la fonction modulaire est encore une chose des plus suggestives. On semblait incliner à croire, à une certaine époque, que la fonction modulaire n'était intervenue que par un heureux hasard et que le progrès serait de s'en débarrasser. On voit maintenant que certaines extensions obligent à y revenir avec plus d'attention que jamais.

Une bibliographie détaillée termine ce bel exposé. Elle incite à citer les noms de géomètres jeunes ou auteurs de progrès récents, tels ceux de MM. Carleman, Denjoy, Julia, Montel, Pólya, Sire et surtout celui de M. Valiron lui-même à qui nous devons le présent livre plein d'art et de talent, sans parler du point de vue utilitaire que sauront bien y découvrir ceux qui voudront s'initier facilement à cette harmonieuse et délicate analyse.

A. BUHL (Toulouse).

L. LOCKE. — **The Ancient Quipu or Peruvian Knot Record.** — 1 vol. in 4° de 84 p. avec LIX planches. The American Museum of Natural History. 1923.

On pourrait décrire un quipu péruvien comme une liasse de cordons coloriés, attachés en guise de pendants à un même cordon transversal et dont chacun est noué en divers points de sa longueur.

Dans tous les quipus authentiques qui nous ont été conservés du Pérou