

**G. Bouligand. — Précis de Mécanique  
rationnelle à l'usage des élèves des Facultés  
des Sciences. — Tome I, avec un choix de  
problèmes proposés à la licence et à  
l'agrégation et rédigés par M. J. Dollon. Un vol.  
gr. in-8° de VIII-282 pages. Prix 25 fr. Vu...**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1924-1925)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

#### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

comme la théorie des ensembles elle-même, avec les ensembles plus puissants que le continu ?

N'essayons point de répondre, pour M. Paul Lévy, à cette question aussi passionnante que difficile. Renvoyons à son livre, si fin, si disert, si original malgré toute la modestie qui lui a fait fouiller l'œuvre des prédécesseurs pour tenter de rendre à chacun ce qui lui était dû. On y verra comment les théories les plus en vogue peuvent prendre, tout à coup, du fait d'un auteur habile, un remarquable cachet synthétique qui semble leur imprimer des couleurs spéciales, séduisantes et nouvelles.

A. BUHL (Toulouse).

Stanislas MILLOT. — **Théorie nouvelle de la Probabilité des Causes.** — Une brochure gr. in-8°, vi-36 pages. Prix 5 francs. Gauthier-Villars et C<sup>ie</sup>, Paris, 1925.

Le Calcul des Probabilités est décidément à la mode. Dans la délicate question de la probabilité des causes, M. St. Millot ne quitte pas le point de vue de Laplace mais il en déduit une théorie surtout géométrique en introduisant la notion de *zone de probabilité*. D'où d'intéressantes figures et l'application de méthodes nomographiques de M. M. d'Ocagne.

Outre les questions assez habituelles concernant la masculinité ou la féminité dans les naissances, l'auteur examine des cas biologiques plus originaux, comme celui d'une réaction tentée à l'Institut Pasteur d'Alger sur des malades suppurants ou non. La recherche du degré de certitude pour que la réaction corresponde effectivement à un état spécial revient, en effet, à un calcul graphique très simple.

Les fondements de la brochure sont constitués par quatre Notes présentées aux *Comptes rendus* en 1922-23. On ne peut que souhaiter à l'auteur de développer encore davantage ses méthodes de tracé.

A. BUHL (Toulouse).

G. BOULIGAND. — **Précis de Mécanique rationnelle** à l'usage des élèves des Facultés des Sciences. — Tome I, avec un choix de problèmes proposés à la licence et à l'agrégation et rédigés par M. J. Dollon. Un vol. gr. in-8° de VIII-282 pages. Prix 25 fr. Vuibert, Paris, 1925.

Ceci paraît être le premier ouvrage de quelque étendue, concernant la Mécanique rationnelle, qui soit dû à un jeune élève de M. P. Appell. Logiquement, un tel livre devait apparaître tôt ou tard, mais combien l'excellence et le caractère grandiose de l'œuvre du Maître semblait devoir entacher d'inutilité toute nouvelle tentative dirigée dans le même sens. Or, ce qui justifie ici cette nouvelle tentative, c'est précisément le triomphe des idées jadis mises au premier plan par M. Appell, c'est-à-dire de cette mécanique analytique qui autrefois rejetée à la fin des traités, puis heureusement mêlée à ceux-ci, arrive maintenant en première ligne, l'idéalisme mathématique s'étant révélé sinon supérieur (la question est toujours controversée), du moins beaucoup plus intéressant que l'empirisme phénoménal.

Il a fallu aussi mettre de plus en plus nettement en place les théories mécaniques par rapport à leurs principes et, dans cet ordre d'idées, la netteté de M. Bouligand — je ne crois pas exagérer — me semble parfaite. Si, par exemple, il s'agit de la cinématique galiléenne — et l'on peut faire beaucoup

d'excellente science en ne considérant que celle-là — nous sommes simplement priés de ne pas oublier qu'elle repose sur la notion du temps absolu et, comme la géométrie euclidienne, sur une conception idéale du solide.

L'esprit de classification analytique porte également, dès la cinématique, sur les mouvements à relations différentielles tantôt intégrables, tantôt non intégrables. Quelque grand que soit le rôle de la non holonomie en dynamique, la chose n'en a pas moins une origine cinématique. Un chapitre également fort original rassemble la géométrie des masses et la cinétique; les  $m\dot{v}$ , les  $m\dot{v}^2$  ne se somment pas autrement que les  $m$  ou les  $m\dot{x}$  et, dès que l'on a défini l'ellipsoïde d'inertie, le mouvement à la Poinsot est également définissable.

Quant aux principes dynamiques proprement dits, le plus important est, sans contredit, le « Principe de Relativité ». Il impose, comme système de référence fondamental, soit l'espace défini par les étoiles réputées fixes, soit celui qui s'en déduit par translation rectiligne et uniforme.

C'est l'idée d'attraction newtonienne qui mène à l'idée générale de *force* et la symétrie qu'on peut donner aux équations du problème des  $n$  corps conduit au principe d'égalité de l'action et de la réaction, tout comme au principe de proportionnalité  $F = m\dot{y}$ .

De plus, une combinaison linéaire des équations relatives aux  $n$  corps exprime la non-accelération du G du système; c'est le principe de relativité. Tout ceci est d'ailleurs conforme tant à l'ordre historique qu'à l'affirmation moderne explicite qui, de toute mécanique, fait une gravifique.

Quel regret de ne pas pouvoir, faute de place, dissertier élégamment avec M. Bouligand sur l'égalité de la masse inerte (celle de  $F = m\dot{y}$ ) et de la masse pesante (celle de  $P = mg$ ); le génial Einstein a tiré de là bien des conséquences. Un chapitre aussi bien commencé se continue naturellement en passant des *principes* aux *théorèmes* et aux *équations* universelles de la dynamique.

Il me faut maintenant être de plus en plus bref. La dynamique analytique, essentiellement lagrangienne, est plus particulièrement rattachée aux principes « d'économie ». M. Bouligand la fait dépendre du calcul des variations, suivant la méthode bien connue. Quant aux  $ds^2$  de la force vive, ils engendrent des  $g_{ji} dq_i dq_j$ , c'est-à-dire des espaces riemanniens où s'interprètent toujours élégamment des phénomènes qui ne cessent cependant point de se dérouler dans l'espace ordinaire. Encore une chose qui est indiquée depuis longtemps dans le Traité de M. Appell (T. II, 2<sup>me</sup> éd., 1904, p. 431); elle remonte à Riemann et à Beltrami, mais avait un avenir dépassant sans doute les espérances des créateurs.

La théorie des systèmes « équivalents » est alors comparable à celle des surfaces applicables et les questions de stabilité selon Lejeune-Dirichlet empruntent au continu riemannien une physionomie particulièrement intuitive. Le principe de la moindre action ramène tout problème à fonction de forces et à liaisons holonomes indépendantes du temps à un problème de géodésiques riemanniennes.

Les chocs et percussions sont étudiés par des méthodes lagrangiennes du premier degré par rapport aux vitesses ce qui fait « un théorème à ne jamais employer » d'un énoncé quadratique dû à Carnot. Beaucoup d'exemples, puis un chapitre très documenté sur les problèmes sans frottement. Larges emplois de la notion d'équivalence et des représentations spatiales les plus quelconques. On se demande, après cela, s'il se trouvera encore des gens

pour ne pas apercevoir les correspondances toutes naturelles qui peuvent s'établir entre les hyperespaces euclidiens ou non et les systèmes les plus immédiatement tangibles. En tout cas, la question est tranchée par les savants et le bel ouvrage de M. Bouligand y contribue beaucoup.

Le dernier chapitre, consacré à des compléments de dynamique analytique, s'inspire surtout, quant aux auteurs les plus modernes, des travaux de MM. Hadamard et Cartan. Ce sont d'abord les invariants intégraux, les équations canoniques et particulièrement les transformations canoniques qui jouent un si grand rôle dans les travaux de Poincaré. Mais le plus remarquable est l'intervention de l'Analysis Situs. Puisqu'aux systèmes mécaniques correspondent tout naturellement des variétés figuratrices, dont la géométrie correspond à la dynamique des systèmes en question, la topologie de ces variétés doit évidemment être de première importance et permettre de classer les équations différentielles d'origine dynamique tout comme les surfaces de Riemann, par exemple, permettent la classification des fonctions ou intégrales algébriques. Il n'y a, là encore, aucune raison générale pour que les variétés figuratrices soient euclidiennes; ce qui domine est plutôt la notion de groupe et il est fort naturel de voir cette notion apporter en mécanique un ordre analogue à celui déjà apporté en géométrie.

On voit combien est profonde l'œuvre de M. Bouligand. Elle n'en a pas moins une grande portée pratique, ainsi qu'en témoignent les très nombreux exercices illustrant le volume et comme ceux-ci ont été rédigés par un élève, brillant sans doute, mais enfin par un élève, il est à présumer que l'auteur trouvera aisément bien d'autres disciples. A. BUHL (Toulouse).

A. CHATELET. — **Les groupes abéliens finis et les modules de points entiers.**

— 1 vol. gr. in-8° de iv-244 pages; Gauthier-Villars & C<sup>ie</sup>, Paris, 1925.

Il s'agit ici d'une étude abstraite malaisée à peindre rapidement. Contentons-nous de dire que les déterminants et leurs symétries qui donnent par exemple, le Calcul tensoriel, la Composition et les Fonctions permutable de MM. Volterra et Pérés, donnent également des harmonies d'importance aussi grande dans le domaine algébrique-arithmétique. Ces harmonies sont même de plus vaste envergure, les déterminants pouvant s'étendre en tableaux et en matrices, et d'origine plus ancienne puisque ce sont notamment les substitutions linéaires et les propriétés des formes quadratiques qui imposèrent des notions de groupe en lesquelles on rechercha ensuite des propriétés structurales indépendantes de tout algorithme algébrique particulier. De plus l'adjectif *abélien* nous invite à remonter jusqu'aux travaux d'Abel, ce qui n'est pas une minime recommandation.

L'impossibilité d'analyser l'œuvre d'une manière continue laisse au moins la liberté d'y signaler, de ci de là, des choses frappantes, bien faites pour éveiller la curiosité. Tel est le transport, aux matrices, des termes du langage arithmétique le plus élémentaire. Il y a des *diviseurs* et des *multiples* tantôt à droite, tantôt à gauche et l'on comprend que cette arithmétique de position correspond à des opérations matricielles qui ne sont pas toujours permutable. Il y a des *espaces*, des *polyèdroides*, créés par la nécessité de localiser des points *entiers* et le seul fait de chercher à mettre les matrices sous des formes canoniques simples tient lieu de problèmes de réduction résolus surtout par Hermite avec un appareil qui n'avait pas toute la pureté schématique de celui employé ici.