

**H. Brocard et T. Lemoyne. — Courbes géométriques planes et gauches. Tome I. — 1 vol. in-8° ; viii-452 p. avec de nombreuses figures dans le texte ; 18 fr. ; Vuibert, Paris, 1919.**

Autor(en): **Buhl, A.**

Objektyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **21 (1920-1921)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **18.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

pour la première fois dans le petit volume de M. Bachmann. Je le recommande vivement aux lecteurs de *l'Enseignement mathématique*.

D. MIRIMANOFF (Genève).

H. BROCARD et T. LEMOYNE. — **Courbes géométriques planes et gauches.**  
Tomé I. — 1 vol. gr. in-8°; VIII-452 p. avec de nombreuses figures dans le texte; 18 fr.; Vuibert, Paris, 1919.

Ceci est un livre que les géomètres français pouvaient espérer il y a déjà quelque vingt ans. Il y a plus longtemps encore que l'on désirait voir recueillir en un ouvrage unique les propriétés les plus générales et les plus remarquables des courbes nées des considérations géométriques les plus diverses. En 1897, M. H. Brocard publia les *Notes de bibliographie*, sous forme de précieux volumes lithographiés qui contenaient déjà de grandes richesses géométriques et ce livre devenait, entre les mains de géomètres étrangers, le prototype de grosses publications relatives au sujet. Leur auteur indirect, aidé maintenant de M. T. Lemoine, reprend la matière primitive, en lui laissant sa forme primordiale d'encyclopédie alphabétique.

Pour ce premier volume bornons-nous à relever les noms suivants : Analagmatiques, Anticaustiques, Antipodaires, Astroïdes, Biquadratiques, Brachistochrone, Cappa, Cardioïdes, Cartésiennes, Cassiniennes, Caustiques, Cayleyennes, Cercles, Chaînettes, Cissoïdes, Clothoïde, Cochléoïde, Conchoïdes, Coniques, Courbes à courbures constantes, Courbes algébriques, Courbes harmoniques, Courbes appartenant à un système de caractéristiques ( $\mu$ ,  $\nu$ ), Courbes autopolaires.

Sans doute on peut penser tout d'abord que l'ordre alphabétique peut nuire à l'ordre logique, mais personne n'a jamais prétendu qu'une encyclopédie devait se lire dans l'ordre numérique des pages, et si nous voulons profiter de ce premier volume dans l'ordre logique des choses, non seulement cet ordre sera bien facile à discerner, mais nous trouverons ici une richesse de matériaux qu'aucun ouvrage similaire n'a jamais donnée.

Que l'on commence d'abord par l'étude des courbes algébriques ou, plus élémentairement encore, par l'étude des coniques. Les auteurs ont tenu à nous rappeler qu'avec Chasles et Halphen les problèmes les plus élégants et les plus difficiles furent associés à ces courbes. La récente publication — d'ailleurs non encore achevée — des Œuvres d'Halphen a réattiré l'attention sur la théorie des *caractéristiques*; MM. Brocard et Lemoine n'ont pas moins fait que l'Institut pour faire revivre cette question géométrique, laquelle, d'une part, entraîna des discussions excessivement ardues qui tournèrent à la plus grande gloire d'Halphen et, d'autre part, se prêtait avec une facilité presque déconcertante à la résolution de problèmes auxquels la géométrie analytique ordinaire laisserait une physionomie des plus compliquées.

Parmi les coniques assujetties à quatre conditions, il y en a, en général,  $\mu$  qui passent par un point et  $\nu$  qui touchent une droite. Dans la plupart des problèmes, les *caractéristiques*  $\mu$  ou  $\nu$  sont des entiers peu élevés ( $< 7$ ) et toutes les coniques de mêmes caractéristiques ont des lieux immédiatement assignables pour leurs points remarquables (centres, sommets, foyers, ...), tout comme des enveloppes aussi faciles à discerner pour les droites y associées (axes, directrices, polaires, ...).

Il peut être superflu d'insister une fois de plus sur la portée scientifique

de la théorie, mais quelle merveilleuse facilité ceci donnerait à un élève affrontant de difficiles concours, où les coniques jouent si souvent un rôle primordial, puisqu'il pourrait, à la simple vue de l'énoncé, savoir quel résultat il doit tirer des méthodes à lui imposées par les programmes.

Notons encore qu'avec l'étude générale des courbes algébriques, nous retrouvons cette théorie des caractéristiques pour les courbes d'ordre quelconque possédant *une* liberté paramétrique.

Voilà peut-être ce qui donnera la meilleure idée de la haute conscience des auteurs au point de vue scientifique, mais bien d'autres sujets ne sont pas moins captivants.

La théorie des anallagmatiques contient les principaux résultats dus à de la Gournerie, Mannheim, Darboux.

Nous en avons tout de suite de beaux et faciles exemples dépendant d'une fonction arbitraire.

L'astroïde  $a$ , par rapport à elle-même, les propriétés tangentielles les plus curieuses.

Cinquante-trois théorèmes sur les biquadratiques prouvent une documentation qui, quant aux courbes gauches, ne le cède en rien à celle concernant les courbes planes.

La cardioïde est riche de 47 théorèmes dont certains permettent la trisection de l'angle.

Les cassiniennes sont des biquadratiques sphériques liées au théorème de Poncelet (16 théorèmes).

Les caustiques (50 théorèmes) forment tout un petit traité d'optique géométrique.

Les différents cercles (circonscrit, complémentaire, d'Adams, d'Apollonius, de Boscowich, de Brocard, de Chasles, de Feuerbach, de Fuhrmann, de Joachimsthal, de Longchamps, de Malfatti, de Neuberg, d'Euler, de Taylor,...) forment aussi toute une géométrie, non étendue à plaisir, mais au contraire réduite de manière systématique, les auteurs protestant contre un abus de dénominations s'appliquant à des conceptions non toujours bien distinctes.

La chaînette est suivie de plusieurs généralisations, notamment comme roulette focale de coniques; la mécanique peut d'ailleurs donner plusieurs définitions de la courbe.

La cissoïde est étudiée dans le cas général oblique avec 36 théorèmes.

La cochléoïde  $r\theta = a \sin \theta$  a 11 théorèmes!

Plus haut nous avons parlé tout spécialement des coniques; que ceci ne nous empêche pas de mentionner les coniques bitangentes avec 43 théorèmes, les coniques circonscrites (au triangle ou au quadrilatère) avec 40, les coniques homofocales avec 13, les coniques inscrites avec 37, les polaires coniques ou poloconiques avec 14, les coniques sphériques avec 13 qui s'augmentent de 28 pour les coniques sphériques homofocales.

Nous avons déjà montré que la géométrie spatiale n'était pas moins familière aux auteurs que la géométrie plane. Nous en voyons une nouvelle preuve avec les courbes gauches à courbure ou à torsion constante, ainsi qu'avec les courbes à courbure normale constante qui, sur une surface, deviennent des asymptotiques quand la constante est nulle.

Les courbes algébriques planes ont 73 théorèmes généraux; elles sont étudiées par une méthode comparative qui ne les isole pas complètement des courbes transcendantes *analytiques*, mais tient, au contraire, à con-

server les analogies possibles, et ce par l'intermédiaire des courbes dites *interscendantes*.

Les courbes anharmoniques offrent encore de remarquables exemples de courbes gauches : ce sont les courbes invariantes des transformations linéaires.

La présente analyse bibliographique aura certainement le défaut de paraître trop énumérative, mais parmi tant et tant de merveilleux théorèmes, comment essayer d'en faire ressortir quelques-uns sans nuire injustement aux autres.

Affirmons plutôt que tout ceci constitue la Science, la vraie et haute Science illustrée par les noms de Chasles, Liouville, Plücker, Steiner, Cayley, Cremona, Laguerre, Halphen, Mannheim, Appell, Humbert, Darboux, Kœnigs...

D'aucuns aujourd'hui dédaignent cette géométrie qui n'a pas, à leurs yeux, la profondeur de l'analyse qui rompt le continu et tente d'ordonner le transfini !

Ceux-là nous font souvent perdre bien des visions esthétiques qui, heureusement, pourront être retrouvées dans le magnifique ouvrage de MM. Brocard et Lemoyne.

A. BUHL (Toulouse).

C. BURALI-FORTI. — **Logica matematica** (Manuali Hoepli). Seconda edizione intieramente rifatta. — 1 vol. in-16, 483 p.; 9 L. 50; U. Hoepli, Milan, 1919.

Quels services est-on en droit d'attendre de la logique mathématique ? A quel degré de perfection cette science est-elle parvenue et quels problèmes soulève-t-elle encore ? C'est ce que M. Burali-Forti explique avec une remarquable maîtrise dans la préface de la deuxième édition de l'ouvrage dont nous donnons le titre ci-dessus.

La logique symbolique, dit-il, se présente sous deux aspects distincts, que pour la clarté de l'exposition il vaut du reste mieux ne pas séparer. Elle est tout d'abord une écriture abrégée ou tachygraphie ; mais elle est aussi et surtout un instrument qui sert à analyser avec précision les idées et à montrer leur liaison logique véritable. Elle permet par là d'éviter bien des erreurs de raisonnement qui proviennent des formes imprécises du langage ordinaire.

Un premier chapitre met le lecteur au courant des signes idéographiques fondamentaux qui servent à désigner les classes, les appartenances, les exclusions, etc. Le chapitre II traite des opérateurs, des opérations et des relations. Le chapitre III aborde les problèmes logiques concernant les propositions et les lois qui régissent leurs combinaisons (entre autres le syllogisme). Le chapitre IV est consacré tout entier aux définitions (nominales, par induction, par postulats, par abstraction et par classes, etc.). Enfin dans un cinquième et dernier chapitre sont données quelques applications de la méthode. M. Burali-Forti montre entre autres comment la logique symbolique permet de définir avec rigueur et précision les grands nombres, les nombres réels, imaginaires ou complexes, etc.

Il est impossible d'analyser en détails l'ouvrage si riche de M. Burali-Forti ni d'énumérer toutes les questions délicates qui y sont traitées. Signalons cependant la discussion à laquelle est soumis le principe de Zermelo. Ce principe est-il juste ou faux ? D'après M. Peano, il impliquerait un rai-