

# MÉTHODE A SUIVRE POUR DÉTERMINER LA TOTALITÉ DES NOMBRES PREMIERS COMPRISE ENTRE 1 ET LE NOMBRE $N = 1 \times 2 \times$ $3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p$ , PRODUIT DES (+ 1) NOMBRES PREMIERS CONSÉCUTIFS PRIS A PARTIR DE 1

Autor(en): **Barbette, Edouard**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **21 (1920-1921)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-515722>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

MÉTHODE A SUIVRE  
POUR  
DÉTERMINER LA TOTALITÉ DES NOMBRES PREMIERS  
COMPRISE ENTRE 1  
ET LE NOMBRE  $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p$ ,  
PRODUIT DES  
 $(\alpha + 1)$  NOMBRES PREMIERS CONSÉCUTIFS  
PRIS A PARTIR DE 1

PAR

Edouard BARBETTE (Liège).

---

La totalité des nombres premiers avec  $N$  et non supérieurs à  $N$  est donnée par l'*indicateur* de  $N$  :

$$\varphi(N) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 \times \dots \times (p - 1) .$$

Soient  $p_1, p_2, p_3, \dots$  les nombres premiers qui suivent  $p$  et soit  $p_n$  le plus grand des nombres premiers dont le carré est inférieur à  $N$ .

Si  $q$  est le nombre premier immédiatement inférieur au quotient de  $N$  par  $p_1$  et si nous représentons par  $\beta$  la totalité des nombres inférieurs à  $N$  qui sont les produits *distincts* des nombres premiers  $p_1, p_2, p_3, \dots, q$  pris avec répétition de toutes les façons possibles (2 à 2, 3 à 3, 4 à 4, ...),  $\alpha$  étant la quantité de nombres premiers de 2 à  $p$ , la totalité des nombres premiers de 1 à  $N$ , y compris l'unité, sera donné par  $\varphi(N) + \alpha - \beta$ . La table des nombres premiers de 1 à  $q$  permettra donc de déterminer la totalité des nombres premiers qui existent de 1 à  $N$ .

Si  $p_n \leq p$ , ce total se réduit à  $\varphi(N) + \alpha$ .

Nous allons appliquer la méthode qui précède aux premières valeurs de  $N$  :

1°  $N = 1 \times 2 \times 3 = 6$ . L'indicateur de 6 est  $\varphi(6) = 1 \times 2 = 2$ .

Puisque  $2^2 < 6 < 3^2$ , c'est que  $p_n = 2 < p$  ou 3.

De 1 à 6, il y a donc  $\varphi(N) + \alpha = 2 + 2 = 4$  nombres premiers.

2°  $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 = 30$ . L'indicateur de 30 est  $\varphi(30) = 1 \times 2 \times 4 = 8$ .

Puisque  $5^2 < 30 < 6^2$ , c'est que  $p_n = p$  ou 5.

De 1 à 30, il existe donc  $\varphi(N) + \alpha = 8 + 3 = 11$  nombres premiers.

3°  $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ . L'indicateur de 210 est  $\varphi(210) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 = 48$ .

Puisque  $14^2 < 210 < 15^2$ , c'est que  $p_n = 13 > p$  ou 7; calculons  $\beta$ : le nombre premier qui précède le quotient de 210 par 11 étant 19 et le nombre premier qui précède le quotient de 210 par 13 étant 13, les cinq produits

$$11 \times 11, \quad 11 \times 13, \quad 11 \times 17, \quad 11 \times 19, \quad 13 \times 13$$

sont les seuls à éliminer.

De 1 à 210, il y a donc  $\varphi(N) + \alpha - \beta = 48 + 4 - 5 = 47$  nombres premiers.

4°  $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$ . L'indicateur de 2310 est

$$\varphi(2310) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 = 480.$$

Puisque  $48^2 < 2310 < 49^2$ , c'est que  $p_n = 47 > p$  ou 11; calculons  $\beta$ :

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 2310 par

$$13, \quad 17, \quad 19, \quad 23, \quad 29, \quad 31, \quad 37, \quad 41, \quad 43, \quad 47$$

étant respectivement

$$173, \quad 131, \quad 113, \quad 97, \quad 79, \quad 73, \quad 61, \quad 53, \quad 53, \quad 47,$$

il faudra éliminer les produits de

13	par	13, 17, . . . . . , 173,	au nombre de	35 ;
17	»	17, 19, . . . . . , 131,	»	26 ;
19	»	19, 23, . . . . . , 113,	»	23 ;
23	»	23, 29, . . . . . , 97,	»	17 ;
29	»	29, 31, . . . . . , 79,	»	13 ;
31	»	31, 37, . . . . . , 73,	»	11 ;
37	»	37, 41, . . . . . , 61,	»	7 ;
41	»	41, 43, 47, 53,	»	4 ;
43	»	43, 47, 53,	»	3 ;
47	»	47,	»	1 ;

en tout, 140 produits.

Le nombre premier 13 étant le quotient de 2310 par  $13^2$  ou 169, il ne reste plus à éliminer que le produit  $13^2 \times 13$  ou  $13^3$ . Par suite,  $\beta = 141$ .

De 1 à 2310, il existe donc  $\varphi(N) + \alpha - \beta = 480 + 5 - 141 = 344$  nombres premiers.

5°  $N = 1 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 = 30\,030$ . L'indicateur de 30 030 est

$$\varphi(30\,030) = 1 \times 2 \times 4 \times 6 \times 10 \times 12 = 5760 .$$

Puisque  $173^2 < 30\,030 < 174^2$ , c'est que  $p_n = 173 > p$  ou 13; calculons  $\beta$  :

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

$$17, 19, 23, \dots, 173,$$

étant respectivement

$$1759, 1579, 1303, \dots, 173,$$

il faudra éliminer les produits de

17	par	17, 19, . . . . . , 1759,	au nombre de	268 ;
19	»	19, 23, . . . . . , 1579,	»	242 ;
23	»	23, 29, . . . . . , 1303,	»	205 ;
29	»	29, 31, . . . . . , 1033,	»	165 ;
31	»	31, 37, . . . . . , 967,	»	153 ;

37	»	37, 41, . . . . .	811, au nombre de	130 ;
41	»	41, 43, . . . . .	727,	» 117 ;
43	»	43, 47, . . . . .	691,	» 112 ;
47	»	47, 53, . . . . .	631,	» 101 ;
53	»	53, 59, . . . . .	563,	» 88 ;
59	»	59, 61, . . . . .	503,	» 80 ;
61	»	61, 67, . . . . .	491,	» 77 ;
67	»	67, 71, . . . . .	443,	» 68 ;
71	»	71, 73, . . . . .	421,	» 63 ;
73	»	73, 79, . . . . .	409,	» 60 ;
79	»	79, 83, . . . . .	379,	» 54 ;
83	»	83, 89, . . . . .	359,	» 50 ;
89	»	89, 97, . . . . .	337,	» 45 ;
97	»	97, 101, . . . . .	307,	» 39 ;
101	»	101, 103, . . . . .	293,	» 37 ;
103	»	103, 107, . . . . .	283,	» 35 ;
107	»	107, 109, . . . . .	277,	» 32 ;
109	»	109, 113, . . . . .	271,	» 30 ;
113	»	113, 127, . . . . .	263,	» 27 ;
127	»	127, 131, . . . . .	233,	» 21 ;
131	»	131, 137, . . . . .	229,	» 19 ;
137	»	137, 139, . . . . .	211,	» 15 ;
139	»	139, 149, . . . . .	211,	» 14 ;
149	»	149, 151, . . . . .	199,	» 12 ;
151	»	151, 157, . . . . .	197,	» 10 ;
157	»	157, 163, . . . . .	191,	» 7 ;
163	»	163, 167, . . . . .	181,	» 5 ;
167	»	167, 173, 179,		» 3 ;
173	»	173,		» 1 ;

en tout, 2385 produits.

Les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

$$17^2, 19^2, 23^2, 29^2, 31^2, 37^2, 41^2$$

étant respectivement

$$103, 83, 53, 31, 31, 19, 17,$$

et le quotient de 30 030 par  $43^2$  étant  $16 < 17$ , il faut éliminer les produits de

$17^2$	par 17, 19, . . . , 103,	au nombre de 21 ;
$19^2$	» 17, 19, . . . , 83,	» 17 ;
$23^2$	» 17, 19, . . . , 53,	» 10 ;
$29^2$	» 17, 19, . . . , 31,	» 5 ;
$31^2$	» 17, 19, . . . , 31,	» 5 ;
$37^2$	» 17, 19,	» 2 ;
$41^2$	» 17,	» 1 ;

en tout, 61 produits.

Le quotient de 30 030 par  $17^3$  ou 4913 étant inférieur à 17, il ne reste plus à compter que les produits, inférieurs à 30 030, des nombres premiers 17, 19, 23, ... , pris 3 à 3, sans répétition; les produits 4 à 4, 5 à 5, ... de ces facteurs dépasseront 30 030 puisque  $17^4 = 83\,521 > 30\,030$ : les nombres premiers qui précèdent immédiatement les quotients de 30 030 par

$$17 \times 19, \quad 17 \times 23, \quad 17 \times 29, \quad 17 \times 31, \quad 17 \times 37, \quad 17 \times 41 ;$$

$$19 \times 23, \quad 19 \times 29, \quad 19 \times 31, \quad 19 \times 37 ;$$

$$23 \times 29, \quad 23 \times 31,$$

étant respectivement

$$89, \quad 73, \quad 59, \quad 53, \quad 47, \quad 43 ; \quad 67, \quad 53, \quad 47, \quad 41 ; \quad 43, \quad 41,$$

et les quotients de 30 030 par

$$17 \times 43, \quad 19 \times 41, \quad 23 \times 37, \quad 29 \times 31,$$

étant respectivement

$$41 < 47 ; \quad 38 < 43 ; \quad 35 < 41, \quad 33 < 37,$$

il restera à éliminer les produits de

$17 \times 19$	par 23, 29, . . . . . , 89,	au nombre de 16 ;
$17 \times 23$	» 29, 31, . . . . . , 73,	» 12 ;
$17 \times 29$	» 31, 37, . . . . . , 59,	» 7 ;
$17 \times 31$	» 37, 41, . . . . . , 53,	» 5 ;
$17 \times 37$	» 41, 43, 47,	» 3 ;

$17 \times 41$	»	43,	au nombre de	1 ;
$19 \times 23$	»	29, 31, . . . . ., 67,	»	10 ;
$19 \times 29$	»	31, 37, . . . . ., 53,	»	6 ;
$19 \times 31$	»	37, 41, 43, 47,	»	4 ;
$19 \times 37$	»	41,	»	1 ;
$23 \times 29$	»	31, 37, 41, 43,	»	4 ;
$23 \times 31$	»	37, 41,	»	2 ;

en tout, 71 produits.

Par suite,  $\beta = 2385 + 61 + 71 = 2517$ ; de 1 à 30 030, il y a donc  $\varphi(N) + \alpha - \beta = 5760 + 6 - 2517 = 3249$  nombres premiers.

Liège, 1920.

## SUR L'ÉQUATION FONCTIONNELLE

$$f[\varphi_1(t)] = f[\varphi_2(t)]$$

PAR

Rolin WAVRE (Neuchâtel).

A la quinzième réunion<sup>1</sup> de la Société mathématique suisse, tenue à Neuchâtel le 31 août 1920, M. le Prof. PLANCHEREL a posé la question d'analyse suivante :

« Soit  $y = f(x)$  une courbe continue et univoque dans l'intervalle  $a \leq x \leq b$ , telle que dans cet intervalle  $f(x) \geq 0$  et que  $f(a) = f(b) = 0$ . Soient  $M_1, M_2$ , deux points mobiles sur cette courbe, assujettis à avoir à chaque instant  $t$  les mêmes ordonnées. A l'instant  $t = 0$ ,  $M_1$  se trouve au point  $(a, 0)$ ,  $M_2$  au point  $(b, 0)$ . Peut-on coordonner les mouvements de ces deux points de manière à ce qu'ils se rencontrent? »

M. Plancherel ajoute :

« Le problème est équivalent à la détermination de deux fonc-

<sup>1</sup> Voir *L'Enseignement mathématique*, Nos 3-4, t. XXI, p. 226-227; 1920.