

LES DEUX SUITES FIBONACCIENNES FONDAMENTALES $(u_n)(v_n)$.

Autor(en): **Laisant, C.-A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **21 (1920-1921)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **26.04.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-515709>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

implicitement lorsque, guidés par notre intuition, nous voulons maintenir la notion cantorienne.

L'ensemble X ainsi défini existe-t-il ? La réponse est négative, car l'interprétation de la phrase P imposée par notre attitude ne saurait figurer parmi les interprétations acceptables de P' ; elle est conditionnée par ces interprétations particulières, mais elle ne se confond avec aucune d'elles. L'ensemble X n'existe pas; la formation de ses éléments ne comporte pas de borne, car tout ensemble d'ensembles ordinaires, pourvu qu'il existe, fait partie de X .

L'attitude que je viens de définir est celle que j'ai adoptée implicitement dans ma première note sur les antinomies de Russell et de Burali-Forti¹. Dans ces antinomies, les phrases n'interviennent pas directement, mais si l'on veut préciser, il faut bien en tenir compte.

LES DEUX SUITES FIBONACCIENNES FONDAMENTALES $(u_n)(v_n)$.

Tables de leurs termes jusqu'à $n = 120$

PAR

C.-A. LAISANT (Paris).

1. — La suite de Fibonacci (1 1 2 3 5 8 ...) tire son origine de l'équation du second degré $x^2 - x - 1 = 0$. Si α, β sont les racines de cette équation, la suite est formée par les valeurs successives de la fonction $\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}$, qui est égale à l'unité pour $n = 1$ et $n = 2$. Les termes successifs sont obtenus par la relation de récurrence fondamentale $u_{n+2} = u_n + u_{n+1}$.

2. — Si, au lieu de $\frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta}$, nous considérons la fonction $\alpha^n + \beta^n = v_n$, nous avons $v_1 = \alpha + \beta = 1$, et $v_2 = \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 + 2 = 3$, car $\alpha + \beta = 1$, $\alpha\beta = -1$. Il est d'ailleurs évident que les termes successifs obéissent à la même loi de récurrence $v_{n+2} = v_n + v_{n+1}$.

Cette seconde suite Fibonaccienne est donc (1 3 4 7 11 18...).

3. — On peut facilement constater que u_{5n} est toujours un multiple de 5, que v_n n'est jamais un multiple de 5, que u_{12n} est un multiple de 9, et qu'il en est de même pour v_{12n+6} .

On a aussi la relation évidente $u_{2n} = u_n v_n$, et les identités $v_n = u_{n-1} + u_{n+1}$, $5u_n = v_{n-1} + v_{n+1}$ qui se vérifient sur les plus petites valeurs de n , et se généralisent par voie de récurrence.

Remarquons enfin que $\frac{v_n}{u_n}$ donne des valeurs de plus en plus approchées de $\sqrt{5}$, à mesure que n augmente.

4. — Les deux suites $(u_n)(v_n)$ peuvent être prolongées dans le sens négatif, c'est-à-dire pour les indices 0, — 1. — 2, — 3, ... On met ainsi en évidence les propriétés suivantes :

Si n est impair,

$$u_{-n} = u_n \quad v_{-n} = -v_n.$$

Si n est pair,

$$u_{-n} = -u_n \quad v_{-n} = v_n.$$

Les tables qui suivent, comprenant les valeurs numériques de u_n , v_n , depuis $n = 1$ jusqu'à $n = 120$, permettront de vérifier les relations que nous venons d'indiquer. On remarquera la rapide progression des termes ; u_{120} est un nombre de 25 chiffres et v_{120} un nombre de 26 chiffres.

TABLES DES VALEURS u_n , v_n .

n	u_n	v_n
1	1	1
2	1	3
3	2	4
4	3	7
5	5	11

n	u_n	v_n
6	8	18
7	13	29
8	21	47
9	34	76
10	55	123
11	89	199
12	144	322
13	233	521
14	377	843
15	610	1364
16	987	2207
17	1597	3571
18	2584	5778
19	4181	9349
20	6765	15127
21	10946	24476
22	17711	39603
23	28657	64079
24	46368	103682
25	75025	167761
26	121393	271443
27	196418	439204
28	317811	710647
29	514229	1149851
30	832040	1860498
31	1346269	3010349
32	2178309	4870847
33	3524578	7881196
34	5702887	12752043
35	9227465	20633239
36	14930352	33385282
37	24157817	54018521
38	39088169	87403803
39	63245986	141422324
40	102334155	228826127
41	165580141	370248451
42	267914296	599074578
43	433494437	969323029
44	701408733	1568397607
45	1134903170	2537720636
46	1836311903	4106118243
47	2971215073	6643838879
48	4807526976	10749957122
49	7778742049	17393796001

n	u_n	v_n
50	12586269025	28143753123
51	20365011074	45537549124
52	32951280099	73681302247
53	53316291173	119218851371
54	86267571272	192900153618
55	139583862445	312119004989
56	225851433717	505019158607
57	365435296162	817138163596
58	591286729879	1322157322203
59	956722026041	2139295485799
60	1548008755920	3461452808002
61	2504730781961	5600748293801
62	4052739537881	9062201101803
63	6557470319842	14662949395604
64	10610209857723	23725150497407
65	17167680177565	38388099893011
66	27777890035288	62113250390418
67	44945570212853	100501350283429
68	72723460248141	162614600673847
69	117669030460994	263115950957276
70	190392490709135	425730551631123
71	308061521170129	688846502588399
72	498454011879264	1114577054219522
73	806515533049393	1803423556807921
74	1304969544928657	2918000611027443
75	2111485077978050	4721424167835364
76	3416454622906707	7639424778862807
77	5527939700884757	12360848946698171
78	8944394323791464	20000273725560978
79	14472334024676221	32361122672259149
80	23416728348467685	52361396397820127
81	37889062373143906	84722519070079276
82	61305790721611591	137083915467899403
83	99194853094755497	221806434537978679
84	160500643816367088	358890350005878082
85	259695496911122585	580696784543856761
86	420196140727489673	939587134549734843
87	679891637638612258	1520283919093591604
88	1100087778366101931	2459871053643326447
89	1779979416004714189	3980154972736918051
90	2880067194370816120	6440026026380244498
91	4660046610375530309	10420180999117162549
92	7540113804746346429	16860207025497407047
93	12200160415121876738	27280388024614569596

n	u_n	v_n
94	19740274219868223167	44140595050111976643
95	31940434634990099905	71420983074726546239
96	51680708854858323072	115561578124838522882
97	83621143489848422977	186982561199565069121
98	135301852344706746049	302544139324403592003
99	218922995834555169026	489526700523968661124
100	354224848179261915075	792070839848372253127
101	573147844013817084101	1281597540372340914251
102	927372692193078999176	2073668380220713167378
103	1500520536206896083277	3355265920593054081629
104	2427893228399975082453	5428934300813767249007
105	3928413764606871165730	8784200221406821330636
106	6356306993006846248183	14213134522220588579643
107	10284720757613717413913	22997334743627409910279
108	16641027750620563662096	37210469265847998489922
109	26925748508234281076009	60207804009475408400201
110	43566776258854844738105	97418273275323406890123
111	70492524767089125814114	157626077284798815290324
112	114059301025943970552219	255044350560122222180447
113	184551825793033096366333	412670427844921037470771
114	298611126818977066918552	667714778405043259651218
115	483162952612010163284885	1080385206249964297121989
116	781774079430987230203437	1748099984655007556773207
117	1264937032042997393488322	2828485190904971853895196
118	2046711111473984623691759	4576585175559979410668403
119	3311648143516982017180081	7405070366464951264563599
120	5358359254990966640871840	11981655542024930675232002

Janvier 1920.