§ 4.

Remarque I. On verrait facilement que la variété (C′) a le même volume que C_1 ou C_2.

Remarque II. Pour pouvoir appliquer l'opération (C′), il n'est point nécessaire que les corps C_1 et C_2 soient symétriques l'un de l'autre par rapport à un certain plan π ; il suffit qu'ils soient convexes et inscrits dans un même cylindre. Mais alors, le corps moyen (C′), relatif au plan π normal aux génératrices du cylindre, ne présente plus de plan de symétrie orthogonale.

Remarque III. On pourra de même, dans l'espace E_n à n dimensions, construire une variété (C′) correspondant aux deux variétés C_1 et C_2, lorsque ces dernières seront orthogonalement symétriques l'une de l'autre par rapport à un certain (n — plan) π.

§ 4.

Combinaison sommatoire géométrique de deux variétés C_1 et C_2 dans l'espace E_n.

Considérons la variété moyenne (C) générale de C_1 et C_2. Et construisons une variété semblable (V) avec un rapport de proportionnalité égal à 2. Cette variété (V) présente toutes les arêtes de C_1 et toutes celles de C_2, en grandeur et orientation ; de même, on y trouve toutes les faces de C_1 et celles de C_2 en vraie grandeur (il y a, en plus, d'autres faces « de liaison »).

On obtiendrait le même résultat si l'on cherchait à construire directement la plus petite variété convexe possible présentant toutes les arêtes de C_1 et toutes celles de C_2 en grandeur et en orientation, et seulement ces arêtes (elles peuvent d'ailleurs figurer plusieurs fois).

Nous pouvons appeler cette variété (V) la « somme géométrique de C_1 et C_2 ; ou plutôt, afin d'éviter toute confusion avec la terminologie employée dans la théorie des vecteurs, nous dirons : « Combinaison sommatoire géométrique » des variétés C_1 et C_2.

Exemple : Si on a deux sphères de rayons R_1 et R_2, la variété (V), qui leur correspond, est une sphère de rayon $(R_1 + R_2)$.

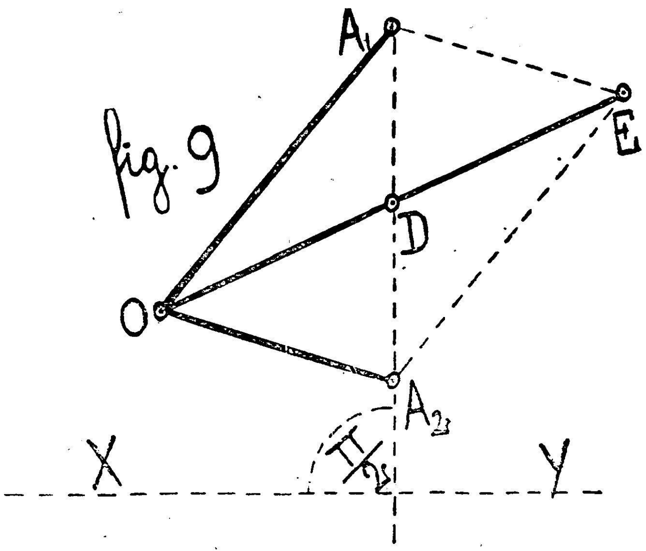
Il est évident que cette variété (V) possède, relativement aux variétés primitives C_1 et C_2, les mêmes propriétés que la variété moyenne générale (C).

On pourra construire de même une « combinaison sommatoire (V′) relative à un certain (n — plan) π » chaque fois que les variétés C_1 et C_2 seront inscrites dans un cylindre dont les génératrices seront normales à π; cette variété (V′) sera semblable à la variété (C′), le rapport de proportionnalité étant 2.

Exemple (avec $n = 2$) conduisant à la résultante de deux vecteurs :

Soient C_1 et C_2 deux segments de droites concourants (fig. 9); et construisons la variété moyenne (C′) relative à la direction (XY) ; on obtient la médiane (OD) du triangle (OA_1A_2).

Si on la double, on obtient la diagonale (OE) du parallélogramme construit sur (OA_1) et (OA_2).



D'où l'énoncé : La résultante de deux vecteurs (OA_1) et (OA_2), ou somme géométrique ordinaire de ces deux vecteurs, n'est autre chose que la « combinaison sommatoire géométrique (V′), relativement à la direction (XY), des deux segments (OA_1) et (OA_2) ».

Genève, juillet 1915.