BIBLIOGRAPHIE

Index du Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques. 3e édition. — 1 vol. in-8o, 115 p., H. C. Delsman, Amsterdam; Gauthier-Villars & Cie, Paris, 1916.

La Société mathématique d'Amsterdam a fait paraître une troisième édition de l'« Index du Répertoire bibliographique des Sciences mathématiques ». Cette nouvelle édition contient des améliorations destinées à faciliter toujours plus la classification des mémoires. La Rédaction et les nombreux collaborateurs de la *Revue semestrielle des publications mathématiques* rencontraient en effet souvent de sérieuses difficultés, notamment pour les mémoires se rattachant à la théorie des fonctions (classe D).

La consultation de l'Index et de la Revue semestrielle est largement facilitée par la *Table alphabétique* très détaillée qui termine l'Index. Il faut savoir gré à la Société mathématique d'Amsterdam du soin qu'elle ne cesse d'apporter à ces publications. H. F.

Mathematische Bibliothek. Gemeinverständliche Darstellungen aus der Elementar-Mathematik für Schule u. Leben. Unter Mitwirkung von Fachgenossen herausgegeben von Dr W. Lietzmann u. Dr A. Witting. Nos 3 et 10, 2e édition; nos 25 et 26. — Petits volumes cartonnés de 50 à 70 p.; M. 0,80 le volume; B. G. Teubner, Leipzig.

Cette collection de monographies a déjà été signalée à nos lecteurs. Elle a pour but de vulgariser les mathématiques dans le public des gens cultivés n'ayant pas poursuivi leurs études mathématiques. Elle s'adresse aussi aux élèves de l'enseignement moyen et à tous ceux qui enseignent les éléments de mathématiques.

Deux des monographies viennent de paraître en 2e édition, revue et complétée. Ce sont les suivantes :

No 3. Lietzmann, *Der Pythagorische Lehrsatz.* — Le théorème de Pythagore, sa démonstration, les nombres de Pythagore, le problème de Fermat, bibliographie concernant les objets mentionnés ci-dessus.

No 10. Lietzmann u. Trier. *Wo steckt der Fehler?* — Où est l'erreur? Il s'agit des erreurs de raisonnement ou de calcul que commettent souvent les élèves en Arithmétique, en Algèbre et en Géométrie.

La collection vient de s'augmenter de deux nouveaux volumes :

No 25. Lietzmann. *Riesen u. Zwerge im Zahlenreich.* — Nombres très grands et nombres très petits. Exemples et curiosités empruntés aux domaines les plus divers.

No 26. B. Kerst. *Methoden zur Lösung geometrischer Aufgaben.* — Exposé de méthodes, nombreuses et variées, en usage dans la résolution des problèmes de Géométrie élémentaire.

H. F. Blichfeldt. — **Finite Collineation Groups**, with an Introduction to the Theory of Groups of Operators and Substitution Groups. (The University of Chicago Science Serie). — 1 vol. in-16, 194 p., relié, 1 D.; The University of Chicago Press, Ill.

L'Ens. math. a déjà signalé l'ouvrage intitulé *Theory and Applications of Finite Groups,* publié par MM. Miller, Blichfeldt et Dickson. Dans ce volume, M. Blichfeldt s'est proposé d'établir d'une façon indépendante la *théorie des groupes linéaires*. Les propriétés qui en forment aujourd'hui la base sont dispersées dans un grand nombre de travaux dont les premiers remontent à l'année 1876 (mémoire de Klein). Le nouvel exposé ne fait pas double emploi avec celui que M. Blichfeldt a consacré à la théorie des groupes linéaires dans l'ouvrage rappelé ci-dessus. Tout en le complétant en de nombreux points, il peut être abordé directement sans connaissance préalable de la technique de la théorie des groupes. Il fournit en même temps une bonne introduction à la théorie des groupes d'opérations et des groupes de substitutions.

La marche suivie ressort de l'énumération des chapitres, au nombre de huit :

Propriétés élémentaires des groupes linéaires. — Groupes d'opérations et groupes de substitutions. — Groupes linéaires à deux variables. — Théorie des groupes linéaires. — Groupes linéaires à trois variables. — Caractéristiques. — Groupes linéaires à quatre variables. — Historique et applications des groupes linéaires.

E. Bucherer. — **Grundzüge der mathematischen Geographie.** — 1 broch. in-8°, 40 p.; G. Krebs, Bâle, 1917.

H. Stohler. — **Mathematische Geographie u. sphär. Trigonometrie.** Als ein einheitlicher Lehrgang ausgearbeitet. — 1 vol. In-8°, 96 p., relié, avec 46 fig. et 2 planches; Basler Druck u. Verlags-Anstalt, Bâle, 1916.

En Suisse la *Cosmographie* ne fait pas toujours l'objet d'un enseignement spécial dans les établissements secondaires supérieurs. Ce n'est guère le cas que dans les écoles de la Suisse romande et dans le Tessin. Ailleurs les différentes parties de la Cosmographie se trouvent réparties entre la Géographie, la Physique et la *Trigonométrie sphérique*. à laquelle on rattache quelques chapitres de *Géographie mathématique*. En suivant cette voie, le professeur dispose d'une source précieuse de problèmes très variés dont il augmente encore l'intérêt en les rattachant à quelques observations faites en plein air ou dans un observatoire.

C'est ainsi que l'on procède à Bâle, au Gymnase classique et à l'Ecole réale supérieure (Gymnase scientifique). La première brochure, celle du professeur Bucherer, est un résumé des leçons de Géographie mathématique faites au Gymnase classique. Elle a été rédigée pour les élèves dans le but d'éviter la dictée d'un cours. Il suffit que les élèves aient sous une forme concise les notions les plus indispensables. La brochure ne contient aucun dessin, les figures devant être faites pendant les leçons, sous la direction du maître.

Cet abrégé comprend quatre parties : Les phénomènes célestes. — Les systèmes du monde. — Le système solaire. — Les étoiles fixes.

Le livre de M. Stohler correspond à l'enseignement donné au Gymnase scientifique. C'est plus qu'un abrégé; c'est un manuel accompagné de figures, de cartes célestes et de tableaux numériques. Il traite des objets suivants :

Détermination d'un point sur la sphère céleste; problèmes et constructions. — Description du ciel; orientation. — Trigonométrie sphérique. — Mesure des temps. — Problèmes empruntés à l'Astronomie sphérique. — Le système du monde. — Tables.

Comme on le voit, c'est une fusion complète, dans un même enseignement, des éléments de Trigonométrie sphérique et des notions de Cosmographie limitées aux méthodes de mesures et d'observations qui peuvent être mises à la portée des élèves d'un gymnase scientifique. S'il est vrai que ce programme dépasse sensiblement celui que l'on rencontre généralement dans l'enseignement secondaire, il présente, par sa méthode d'exposition, le grand avantage de vivifier les leçons et de montrer la portée des mathématiques dans un champ très vaste d'applications utiles, non seulement à l'astronome, mais encore aux marins et aux aéronautes.

Ajoutons qu'à Bâle on procède d'une manière analogue pour la Trigonométrie plane avec ses applications élémentaires au levé des plans basées sur des mesures prises effectivement sur le terrain.

Ce court aperçu montre que dans la patrie d'Euler et des Bernoulli on est loin des méthodes livresques et des problèmes au millième de seconde qui ne sont encore que trop répandus dans l'enseignement secondaire.

H. F.

H. S. Carslaw. — **The Elements of non-euclidean Plane Geometry and Trigonometry.** (Longmans' Modern Mathematical Series.) — 1 vol. in-16, 179 p.; relié, 5 sh.; Longmans, Green and C°, Londres.

Il est indispensable que les maîtres de l'enseignement moyen se rendent bien compte de la portée du postulat d'Euclide et de ce que devient la Géométrie si l'on renonce à ce postulat. C'est à ce point de vue que s'est placé l'auteur. Son ouvrage s'adresse aux professeurs de géométrie élémentaire, aux candidats à l'enseignement moyen et aux étudiants. Après avoir exposé brièvement les travaux les plus importants de Saccheri, Legendre, Gauss, Bolyai, Lobatschewsky et Riemann sur le postulat des parallèles, il examine les éléments de la Géométrie plane et de la Trigonométrie lobatschewskiennes (ou hyperbolique), de la Géométrie plane et de la Trigonométrie riemannienne (elliptique).

Suivant le but qu'il s'est proposé, l'auteur s'est borné aux notions fondamentales. Présentées avec clarté et précision, ces notions constituent une excellente introduction à l'étude des travaux classiques sur la théorie des parallèles et les géométries non-euclidiennes.

H. F.

Duilio Gigli, professore al R. Liceo di Pavia. — **Lezioni di Aritmetica e di Algebra elementare,** ad uso delle scuole secondarie superiori. — 1 vol. p. in-8°, Mattei & C°, Pavie.

Dans la première partie de cet ouvrage, publié en juin 1914, l'auteur traite des cinq premières opérations de l'arithmétique, des progressions, de la numération décimale, des proportions et des fractions décimales périodiques. Voulant éviter l'écueil de présenter l'arithmétique comme un jeu de signes, il base ses déductions sur des propositions concernant des collections d'objets ; l'étude des proportions est précédée de copieuses considérations sur les grandeurs continues ; le nombre 0 est l'objet d'un soin particulier.

Tout en rendant hommage à l'effort de pensée de M. le prof. Gigli, nous avouerons que la concision n'est pas toujours la qualité maîtresse de ses explications et démonstrations ; cela tient peut-être au point de vue auquel il a voulu se placer. Son ouvrage sera lu avec intérêt par les maîtres de mathématiques ou les instituteurs déjà au courant de l'arithmétique générale.

Lucien BAATARD (Genève).

M. GROSSMANN. — **Elemente der darstellende Geometrie** (Teubners Leitfaden für den mathem. u. techn. Hochschulunterricht). — 1 vol. p. in-8°, 84 p., 2 M. ; B. G. Teubner, Leipzig.

Ces *Eléments de Géométrie descriptive* font partie de la Collection des *Abrégés Teubner* destinés aux étudiants de l'enseignement supérieur universitaire et technique. Ils forment une introduction à l'ouvrage publié par le professeur de Zurich dans la même collection sous le titre de *Géométrie descriptive*.

Ces éléments comprennent :

I. La projection orthogonale sur un plan. — II. La projection orthogonale sur deux plans rectangulaires. — III. Les prismes et les pyramides, avec les problèmes sur les intersections de polyèdres. — IV. Les corps ronds.

Conformément au but de la collection, l'auteur s'est borné aux notions fondamentales ; il les présente sous une forme claire et concise. Ses deux petits manuels constituent un excellent guide dans une première étude de Géométrie descriptive.

Maurice LECAT. — **Bibliographie du Calcul des variations**. I. Depuis l'origine jusqu'à 1850 ; 92 p., 4 fr. 50. — II. De 1850 à 1913 ; 113 p., 4 fr. — 2 fasc. in-8°, Ad. Hoste, Gand ; A. Hermann & fils, Paris.

A la suite du développement considérable qu'a pris le calcul des variations depuis une vingtaine d'années, il a paru utile de faire une bibliographie aussi complète que possible des travaux parus. Les listes établies par M. Lecat comprennent les travaux qui utilisent le calcul des variations et ceux qui s'y rattachent. Chacun des deux fascicules comprend deux listes : l'une par ordre alphabétique des noms d'auteurs avec les titres (accompagnés, s'il y a lieu, de la traduction française) des mémoires ou des ouvrages ; l'autre, où les indications sont abrégées, est rédigée suivant un classement à peu près chronologique.

Le fascicule 1 donne en outre, dans l'ordre alphabétique, les titres de recueils cités, avec l'indication des tomes, accompagnée elle-même des numéros d'ordre des articles qui y sont contenus.

L'auteur a établi une statistique des numéros cités. On constate, pour la période qui précède 1850, qu'il y a trois fois plus de mémoires écrits en langue française qu'en allemand.

Ce travail bibliographique sera bien accueilli du public mathématique. Il est appelé à rendre de grands services à tous ceux qui s'occupent du calcul des variations.

Ch. Michel. — **Cours d'Algèbre et d'Analyse.** — 1 vol. gr. in-8° de x-860 p. et 91 fig., avec 345 exercices et problèmes proposés. 18 fr.; F. Alcan, Paris, 1916.

Voici un ouvrage dense et volumineux qui fait, à coup sûr, grand honneur à l'érudition de son auteur. Le plan adopté est déjà, à lui seul, une chose fort remarquable, et je m'expliquerai mieux à ce sujet en reproduisant d'abord, comme suit, les titres des chapitres.

I. Nombres irrationnels, limites, continuité. — II. Fonctions puissance, exponentielle et logarithmique. — III. Fonctions circulaires. — IV. Polynômes. Fractions rationnelles. Développements limités. — V. Analyse combinatoire. Binôme de Newton. Fonctions symétriques rationnelles. — VI. Déterminants. Equations linéaires. Formes linéaires. — VII. Nombres imaginaires. — VIII. Dérivées et différentielles. — IX. Applications de la théorie des dérivées à l'étude des équations et des fonctions. — X. Equations entières. — XI. Calcul intégral. — XII. Applications géométriques du Calcul intégral. — XIII. Séries numériques. — XIV. Séries entières. — XV. Equations différentielles.

Le premier chapitre semble s'inspirer notablement de la *Théorie des nombres irrationnels, des limites et de la continuité* publiée par M. René Baire en 1905 (Vuibert & Nony, Paris).

Le second étudie x^n, soit comme fonction de x soit comme fonction de n, ce qui explique pourquoi l'exponentielle apparaît ici avant ces assemblages de termes en x^n que sont les polynômes. Quant aux fonctions circulaires, sans présager en rien de leur nature analytique, on peut cependant voir, ne serait-ce que par leurs formules d'addition, qu'elles sont suffisamment apparentées à la fonction exponentielle pour être étudiées immédiatement à la suite de celle-ci.

Avec l'étude des polynômes, il faut signaler celle des développements limités tels que

$$a_0 + a_1 + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \varepsilon x^n \ ;$$

l'idée se présente de manière intéressante comme amorce propre à unir les polynômes aux séries entières.

Les fonctions symétriques rationnelles sont étudiées naturellement au moyen des fonctions symétriques élémentaires, mais celles-ci sont considérées indépendamment de la théorie des équations algébriques.

La notion de dérivée est élégamment présentée avec interprétation géométrique à l'appui; elle est immédiatement suivie de l'étude de la dérivée partielle. Les théorèmes de Rolle et des accroissements finis sont aussi appuyés géométriquement et le dernier, convenablement généralisé, conduit à la formule de Taylor avec son reste.

Les applications des dérivées sont aussi de nature nettement géométrique : beaucoup de courbes. La méthode d'approximation de Newton se place ici de manière élégante et ceci est excellent; on ne lui fait pas le tort de la représenter comme un pis aller rejeté après l'impossibilité de la résolution par radicaux, laquelle, même quand elle est possible, exige des extractions de racines, c'est-à-dire des opérations ayant même nature arithmétique que la méthode newtonienne.

Le chapitre des équations entières est encore un de ceux où les considérations scientifiques modernes sont, avec une très heureuse habileté, mises au niveau du programme à développer. Les transformations des équations, notamment leurs diverses transformations homographiques, y sont étudiées avec nombre d'exemples. La décomposition des fractions rationnelles, si intimément liée à celle des polynômes, est présentée avec introduction de la notion de pôle et de résidu ; à un pôle donné correspond le fait de retrancher de la fraction considérée un développement relatif à ce pôle ; c'est le procédé de décomposition des fonctions méromorphes.

Lorsqu'on aborde l'intégration, celle des fractions rationnelles lie immédiatement le sujet nouveau au sujet précédent. Très nombreux exemples d'intégrales indéfinies et définies, intéressantes formules récurrentes à un et deux indices. Elégantes applications géométriques complétant d'ailleurs la géométrie des masses.

Ce n'est qu'ensuite que nous abordons les séries. Si l'on observe ce qui a déjà été dit sur les développements *limités,* sur la formule de Taylor *toujours pourvue d'un reste,* on voit que l'auteur a soigneusement tenu à bien distinguer ces questions de celles, très délicates, qui concernent les séries indéfinies.

Placées après le calcul intégral, on peut d'ailleurs les comparer avec les intégrales définies et aborder les séries entières avec leurs théorèmes fondamentaux d'intégration et de dérivation.

Il y a là, dans l'ensemble, un ouvrage rédigé avec une conscience extrême ; outre ce que je disais au début, il fait aussi honneur aux qualités de logicien de l'auteur qui, d'ailleurs, doit être un excellent professeur. J'ai toutefois l'envie de critiquer le programme qui se reflète dans un tel livre ; il m'est pénible de penser qu'un adolescent peut avoir une première vue de la science sous un aspect si souvent hérissé de difficultés subtiles et pointilleuses, dont l'analyse délicate ne joue cependant aucun rôle dans les œuvres d'un Hermite ou d'un Poincaré. Faut-il admettre, comme je l'ai souvent entendu dire, que si la préparation aux grandes écoles ne roulait que sur une science esthétique et intuitive, les élèves comprendraient trop bien et répondraient trop facilement aux examinateurs qui ne sauraient qui éliminer. Espérons encore que ceci n'est pas une bonne raison. Espérons aussi que les élèves qui prendront ce livre pour guide pourront le lire d'abord sans trop insister sur ses parties rigoristes et revenir ensuite sur celles-ci ; il ne leur restera plus alors aucun doute sur la possibilité de tout disséquer.

A. Buhl (Toulouse).

J. Rey Pastor. — **Introducción a la Matemática superior.** Estado actual, Métodos y Problemas (Manueles Corona). — 1 vol. in-16, cart., 202 p., 3 P. 50 ; Biblioteca Corona, Madrid, 1916.

J. Rey Pastor. — **Teoría de la Representació conforme.** (Publicacions de l'Institut de Ciencies.) — 1 vol. in-8°, 115 p., Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 1915.

J. Rey Pastor. — **Fundamentos de la Geometría Proyectiva superior.** — 1 vol. gr. in-8°, xxii-444 p. (Junta para ampliación de estudios e investigaciones cientificas). Madrid, 1916.

Voici trois ouvrages rédigés par un jeune géomètre espagnol — M. Rey Pastor n'a que viugt-neuf ans — qui semble appelé à prendre une part active aux progrès de l'enseignement scientifique de son pays. Le premier est dédié à son maître, le professeur Z. G. de Galdeano, bien connu dans le monde des mathématiciens. Avec une ardeur infatigable, le géomètre de Saragosse s'efforce, depuis plus de vingt ans, à vulgariser les mathématiques en Espagne, à les faire connaître et apprécier dans les différents milieux scientifiques, afin de montrer le rôle utile qu'elles doivent jouer dans l'enseignement scientifique élémentaire, secondaire et supérieur. Son brillant élève M. Rey Pastor poursuit cette belle tâche.

Sous le titre d'*Introduction aux mathématiques supérieures* l'auteur a fait une série de conférences destinées à donner des vues d'ensemble des méthodes et des problèmes qui caractérisent les mathématiques modernes. Le présent ouvrage est la reproduction de ces conférences dont voici les principaux objets :

I. Fondements de l'Arithmétique et de l'Analyse. — II. Fondements de la Géométrie. — III. Fonctions d'une variable réelle. — IV. Méthode du passage à la limite dans la théorie des fonctions. — V. Fonctions d'une variable complexe. — VI. Systématisation des mathématiques par la théorie des groupes.

Le second volume a été publié sous les auspices de l'« Institut d'Estudis catalans ». C'est la reproduction d'une série de huit conférences sur *la théorie de la représentation conforme.* Elles sont destinées à initier les étudiants aux problèmes fondamentaux de cette théorie, tels qu'ils résultent des travaux récents de Poincaré, Kœbe, Caratheodory, Bieberbach, etc.

Ces deux séries de conférences sont rédigées avec une grande clarté ; l'auteur a su choisir les faits essentiels et les ordonner avec soin.

Ces mêmes qualités se retrouvent dans le troisième ouvrage, le plus important des trois. Rédigé au retour d'un séjour en Allemagne, ce volume n'a pas la prétention d'être un traité systématique de Géométrie projective ; c'est plutôt un exposé des principes fondamentaux et des méthodes qui sont propres à cette branche de la Géométrie. Il comprend trois parties.

Dans la première partie, intitulée « Systématisation de la Géométrie », l'auteur présente d'abord les notions essentielles de la théorie des groupes de transformation, puis il montre quels sont les caractères fondamentaux des différents types de géométries, depuis la géométrie métrique jusqu'aux géométries transcendantes.

La seconde partie est consacrée aux fondements de la Géométrie projective réelle. Elle comprend l'étude des axiomes, leur indépendance et leur compatibilité, l'étude de la projectivité et du calcul vectoriel projectif.

Dans la troisième partie l'auteur présente les fondements de la Géométrie projective complexe. Après avoir défini les éléments imaginaires de l'espace R_n, il expose les méthodes de Segré, Klein, Amodeo, Gauss, Staudt, Riemann, etc., puis il examine les propriétés projectives des figures algébriques.

En entreprenant cette étude des fondements de la Géométrie projective supérieure, le jeune professeur de Madrid s'est attaqué à des questions fort délicates. Sa connaissance approfondie du sujet lui a permis de surmonter les difficultés. Son Ouvrage est appelé à rendre de grands services dans les universités de langue espagnole. H. F.

José A. Sanchez Perez. — **Compendio de Algebra de Abenbéder.** Texto arabe, traduccion y estudio. (Junta para ampliación de estudios e investigaciones cientificas. Centro de Estudios historicos). — 1 vol. in-8°, 200 p., 6 pesetas ; secrétariat de la Société, Moreto, 1, Madrid, 1916.

Cette traduction espagnole de l'Algèbre d'Abenbéder apporte une contribution intéressante à l'Histoire des mathématiciens hispano-arabes. Il s'agit d'un ouvrage didactique qui semble avoir été assez répandu chez les Arabes de l'Occident. Le manuscrit arabe qui a servi de base à ce travail est daté de 1343 ; il est conservé à la Bibliothèque de l'Escurial à Madrid.

Dans sa préface, d'environ 50 pages, M. Sanchez Perez fournit d'abord un court aperçu de l'histoire des mathématiques en Espagne en s'arrêtant plus particulièrement sur la période à laquelle appartient le manuscrit d'Abenbéder. Il présente ensuite la traduction du manuscrit avec des annotations permettant de suivre plns facilement les calculs du mathématicien arabe, puis il donne le texte même du Traité d'Abenbéder.

Les sujets mathématiques abordés dans ce traité ne modifient en rien nos connaissances sur les mathématiques chez les Arabes de l'Occident. Ils comprennent, dans la partie théorique, la résolution des équations du premier et du second degré, le calcul des racines carrées, la multiplication des polynômes. Une seconde partie du Traité est consacrée à des problèmes nombreux et variés, parmi lesquels on trouve aussi des problèmes indéterminés du premier et du second degré.

O. Stolz und J. A. Gmeiner. — **Theoretische Arithmetik.** — II : Die Lehren von den reellen und von den komplexen Zahlen. 2. Auflage. — 1 vol. in-8°, VIII-369 p. ; broché 12 M. ; B. G. Teubner, Leipzig, 1915.

Les traités publiés par Stolz sous le titre d'Arithmétique générale et par Stolz et Gmeiner sous celui d'Arithmétique théorique sont devenus classiques. Il nous suffira donc de rappeler ici très brièvement le contenu de cette 2e édition du Tome II de l'Arithmétique théorique, qui était en quelque sorte une 2e édition, entièrement revue, de l'Arithmétique générale de Stolz.

Les auteurs ayant conservé le terme d'Arithmétique dans le sens de l'ancienne Arithmetica universalis, il s'agit en réalité d'un traité d'Algèbre limité aux opérations fondamentales. Le présent volume fournit une étude approfondie des nombres réels (chap. V à VIII), des nombres complexes (chap. X à XII), y compris les puissances, les racines et les logarithmes de ces nombres. Il contient en outre une première étude des séries de nombres réels (chap. IX) et des séries de nombres complexes (chap. XIII).

Les nombres irrationnels sont étudiés d'après les théories arithmétiques établies par G. Cantor et Ch. Méray.

Parmi les modifications et additions apportées à cette édition, nous nous bornons à signaler les paragraphes relatifs à la représentation géométrique des quaternions.