§ 2. — Lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^6 linéaire, découpent ∞^4 coniques.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **17 (1915)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.09.2024**

égalé à zéro, représente une série ∞^2 de plans enveloppant une certaine surface. Pour trouver la classe de cette surface, on immobilise X, Y et on fait $z_2 = z_3 = 0$. On trouve alors que cette classe est égale à $\sum_1^6 \nu_i$. On doit d'ailleurs avoir

$$\Sigma\lambda_i = \Sigma\mu_i = \Sigma\nu_i \; .$$

§ 2. — *Lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^6, linéaire, découpent ∞^4 coniques.*

7. — Considérons, dans un S_3, sept quadriques linéairement indépendantes dont nous écrirons les équations sous la forme symbolique

$$a_x^2 = 0 \, , \quad b_x^2 = 0 \, , \quad c_x^2 = 0 \, , \quad d_x^2 = 0 \, , \quad f_x^2 = 0 \, , \quad g_x^2 = 0 \, , \quad h_x^2 = 0 \; .$$

Supposons que ces quadriques n'aient, six à six, aucun point commun.

Un plan déterminé par trois points X, Y, Z rencontre une de ces quadriques, la première par exemple, en une conique dont le point générique, de coordonnées $\alpha x_0 + \beta y_0 + \gamma z_0, \dots \alpha x_3 + \beta y_3 + \gamma z_3)$, vérifie l'équation

$$\alpha^2 a_x^2 + \beta^2 a_y^2 + \gamma^2 a_z^2 + 2\alpha\beta a_x a_y + 2\beta\gamma a_y a_z + 2\gamma\alpha a_z a_x = 0 \; .$$

Pour que les sept coniques déterminées par les sept quadriques données appartiennent à un même système ∞^4, linéaire, on doit avoir

$$\left\| \begin{matrix} a_x^2 & a_y^2 & a_z^2 & a_x a_y & a_y a_z & a_z a_x \\ b_x^2 & b_y^2 & b_z^2 & b_x b_y & b_y b_z & b_z b_x \\ c_x^2 & - & - & - & - & - \\ d_x^2 & - & - & - & - & - \\ f_x^2 & - & - & - & - & - \\ g_x^2 & - & - & - & - & - \\ h_x^2 & - & - & - & - & h_z h_x \end{matrix} \right\| = 0 \; . \qquad (2)$$

Ces plans enveloppent donc une développable dont la classe χ est donnée par les formules générales du § 1. Dans ces formules, nous devons faire $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 0$, $\lambda_4 = 1$, $\lambda_5 = 0$, $\lambda_6 = 1$,

$\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 2$, $\mu_3 = 0$, $\mu_4 = 1$, $\mu_5 = 1$, $\mu_6 = 0$, $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = 0$, $\nu_3 = 2$, $\nu_4 = 0$, $\nu_5 = 1$, $\nu_6 = 1$. On trouve

$$\xi = 11 \ , \qquad \zeta = 17 \ , \qquad \chi = 6 \ .$$

Les plans sur lesquels les quadriques d'un système linéaire ∞^6 découpent ∞^4 coniques, enveloppent une développable de classe six.

Remarquons que par une conique découpée sur un plan tangent à la développable considérée par une quadrique du système donné passent ∞^2 quadriques de ce système. Parmi celles-ci, il y en a ∞^1 contenant le plan, donc :

Le lieu des plans faisant partie de ∞^1 quadriques d'un système linéaire ∞^6, est une développable de classe six.

8. — Le déterminant obtenu en supprimant une ligne dans la matrice (2) et égalé à zéro exprime que six quadriques découpent sur le plan X, Y, Z, six coniques d'un système (linéaire) ∞^4. D'après ce que nous avons vu (§ 1, n° 6).

Les plans sur lesquels les quadriques d'un système linéaire ∞^5 découpent ∞^4 coniques, enveloppent une surface de classe quatre.

Par une de ces ∞^4 coniques passent ∞^1 quadriques du système, donc le plan appartient à une de ces quadriques.

Les plans appartenant à des quadriques d'un système linéaire ∞^5 enveloppent une surface de quatrième classe.

Les surfaces représentées par deux déterminants d'ordre six tirés de la matrice (2) ont en commun une développable de classe seize se décomposant en la développable considérée plus haut et en une autre, représentée par la matrice (2), où l'on a supprimé deux lignes. C'est le lieu des plans sur lesquels les quadriques d'un système ∞^4 découpent ∞^3 coniques. Ou encore, c'est le lieu des plans appartenant à des quadriques d'un système linéaire ∞^4. Cette développable est de classe 10.

§ 3. — *Lieu des plans rencontrant sept couples de droites en sept couples de points conjugués par rapport à une même conique.*

9. — Soient d_1, d'_1 ; d_2, d'_2 ; ... ; d_7, d'_7 sept couples de droites ne se rencontrant pas deux à deux. Ecrivons les équations des droites d_i, d'_i formant le i — ième couple sous la forme symbolique

$$ai_x \equiv ai_0 x_0 + ai_1 x_1 + ai_2 x_2 + ai_3 x_3 = 0 \ ,$$

$$bi_x \equiv bi_0 x_0 + bi_1 x_1 + bi_2 x_2 + bi_3 x_3 = 0 \ ,$$

pour d_i,

$$a'i_x = 0 \ , \qquad b'i_x = 0$$

pour d'_i.