

représentation canonique du plan.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Soient $oa, o'a'$; $ob, o'b'$ - $\omega\alpha, \omega'\alpha'$; $\omega\beta, \omega'\beta'$, les droites qui définissent les deux plans. Leurs traces sur le second bissecteur se rencontrent en un point de leur intersection ii' . Coupons maintenant par le plan projetant l'une des droites, $o'b'$, sur le plan vertical, par exemple. Il rencontre la droite $\omega\alpha, \omega'\alpha'$ en $m'm$, et la droite $\alpha\beta, \alpha'\beta'$ en nn' : mn est donc la projection horizontale de l'intersection du plan de bout auxiliaire $o'b'$ avec le second plan ($\alpha\omega\beta$). mn rencontre ob en j , rappelé en j' , second point de l'intersection cherchée, qui est $ij, i'j'$. 5 droites seulement ont été tracées. Si le point oo' ou $\omega\omega'$ sont séparément ou simultanément à l'infini, la solution est la même, comme il a déjà été dit (exemple 4).

LA REPRÉSENTATION CANONIQUE DU PLAN.

Toutes les représentations du plan actuellement employées exigent au minimum le tracé de 3 droites sur l'épure. Si on donne le plan par deux droites qui se coupent (à distance finie), la figure

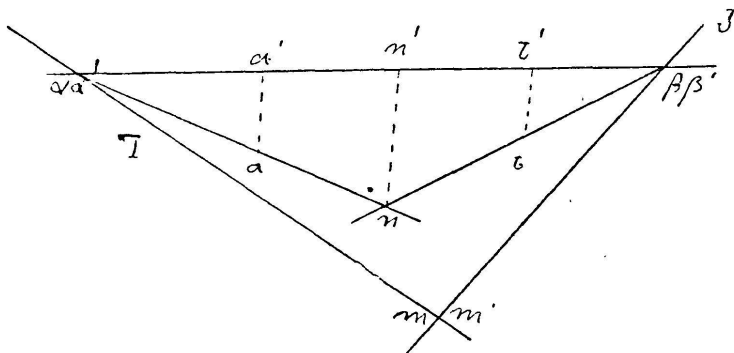


Fig. 8.

formée par les 2 projections se compose de 5 droites; si les droites du plan sont parallèles, il y en a 4; si l'on donne les traces, 3 droites suffisent (P, Q', xy). Il n'y a également que 3 droites sur la figure si l'on donne le plan par une droite et un point, ou par 3 points (lignes de rappel).

Monge, qui considérait les deux plans fixes de projection comme indispensables, adoptait la représentation du plan par ses traces de façon systématique. Le paragraphe précédent a essayé de mettre en lumière l'importance du second bissecteur, qui est, lui, FIXE PAR DÉFINITION pour ainsi dire, dans une épure donnée avec ou sans ligne de terre. Son emploi nécessite tout d'abord la recherche des traces sur le second bissecteur des plans de la figure, de même qu'Hachette cherchait pour commencer les traces horizontale et verticale d'un plan donné d'une façon quelconque.

Les problèmes seraient donc simplifiés d'autant, si les plans étaient donnés au moyen de leur trace sur le second bissecteur

et d'un autre élément. Et si ce second élément est un point aa' , la figure ne présentera que 2 droites (fig. 8) : la *trace* II' ou I pour abrégé, et la ligne de rappel aa' . C'est en quelque sorte l'*épure canonique* du plan.

Si l'on a besoin d'une seconde droite du plan, il suffit de joindre aa' à un point quelconque $\alpha\alpha'$ de sa trace. Il n'y a pas avantage, dans ce cas, à mener par (A) la parallèle à I , puisque la ligne de rappel $\alpha\alpha'$ étant supprimée, on n'économise aucune droite (voir remarque du 2^e paragraphe).

Lorsque les projections verticales a' de *tous* les points du plan sont sur I , le plan est de bout ; si I est perpendiculaire aux lignes de rappel, il est horizontal.

Si les projections horizontales a de *tous* les points du plan sont sur I , le plan est vertical, — et en particulier de front si I est parallèle à la direction de la ligne de terre.

Si I est parallèle aux lignes de rappel et contient toutes les projections a, a' , des points du plan, il est de profil.

Ces plans se reconnaissent donc comme dans la figuration habituelle.

Si I est parallèle à la ligne de terre, sans autre condition, le plan considéré est parallèle à la ligne de terre. Si (fig. 9) les pro-

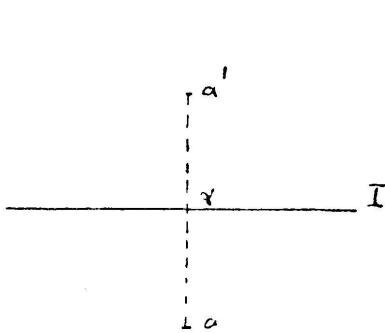


Fig. 9a.

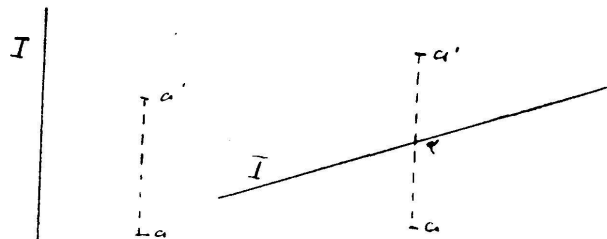


Fig. 9b.

jections de tous les points sont respectivement symétriques par rapport à I , le plan est parallèle au 1^{er} bissecteur (2^e paragraphe, exemple 5). Si I est de profil, ou parallèle aux lignes de rappel, sans autre condition, le plan considéré est perpendiculaire au premier bissecteur.

On reconnaîtra sans peine que dans un plan perpendiculaire au second bissecteur, la trace I est un *diamètre* des lignes de rappel, c'est-à-dire divise en deux parties égales la distance aa' des deux projections de tout point du plan. Enfin, les plans parallèles au second bissecteur seront caractérisés par ce fait que I est à l'infini, et que les projections horizontale et verticale de toute droite du plan sont parallèles.

Rien n'est donc plus simple que de distinguer au moyen de

l'épure canonique les plans remarquables, parallèles ou perpendiculaires aux plans de projection ou aux bissecteurs. Indiquons maintenant quelques exemples des deux problèmes fondamentaux.

INTERSECTION DE DEUX PLANS. — Si les deux plans (fig. 8) sont

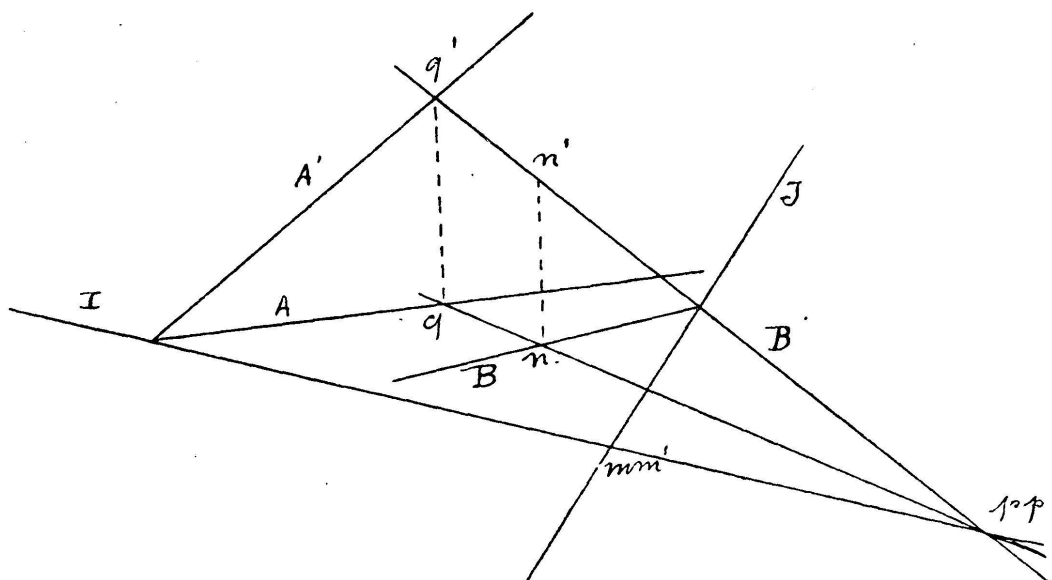


Fig. 10.

donnés par leurs traces I, J , et un point commun nn' , l'intersection a pour projection $nm, n'm'$, mm' étant le point d'intersection de I et J .

Si les deux plans sont définis chacun par leurs traces et un

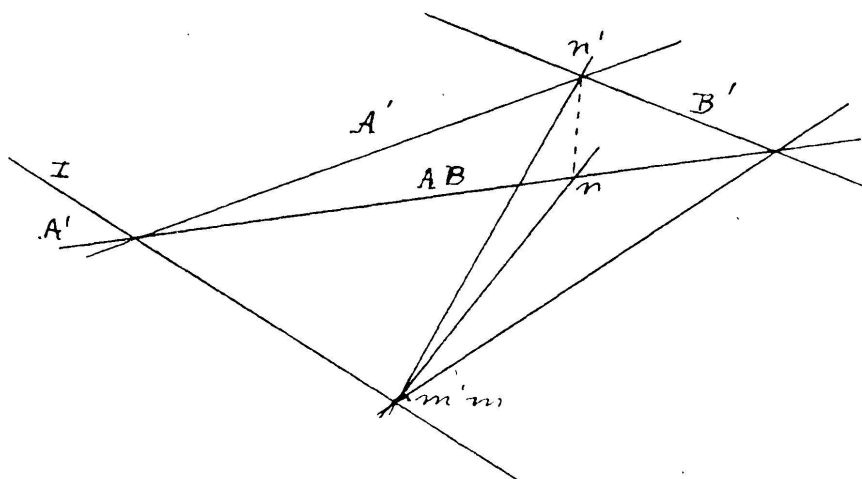


Fig. 11.

point, Iaa', Jbb' , en coupant par le plan de bout $a'b'$, on obtient un point de l'intersection nn' au moyen de 4 droites de construction. Si le point mm' d'intersection des traces est en dehors de l'épure, on aura un second point en coupant par le plan vertical ab , ce qui exigera encore le tracé de 4 droites. Au cas où ces

droites ne donneraient pas de constructions praticables, en égard aux données, il sera toujours facile de tracer dans les plans de nouvelles droites sur lesquelles on pourra opérer.

Si chaque plan est donné (fig. 10) par une droite et sa trace, IAA', JBB', en coupant par le plan projetant l'une d'elles, le plan

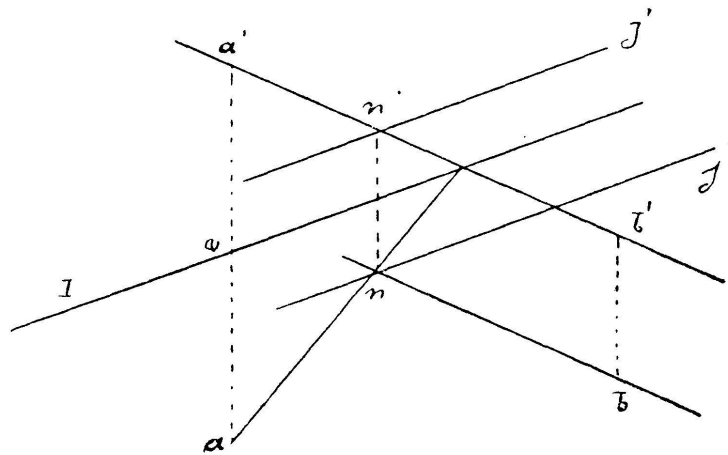


Fig. 12.

de bout B' par exemple, on a dans le premier plan la droite pq , $p'q'$ qui rencontre BB' en nn' ; on obtient ce point d'intersection par 3 droites seulement. Cette intersection est mn , $m'n'$.

Mais si les droites A et B sont dans un même plan de front, vertical, horizontal ou de bout (fig. 11), on aura l'intersection en traçant

une seule droite de construction, la ligne de rappel $n'n$. Ce cas est comparable au cas classique où les plans sont donnés par leurs traces se rencontrant dans l'épure, et où l'on obtient l'intersection par 2 droites de construction.

Soit (fig. 12) un plan Iaa' perpendiculaire au second bissecteur

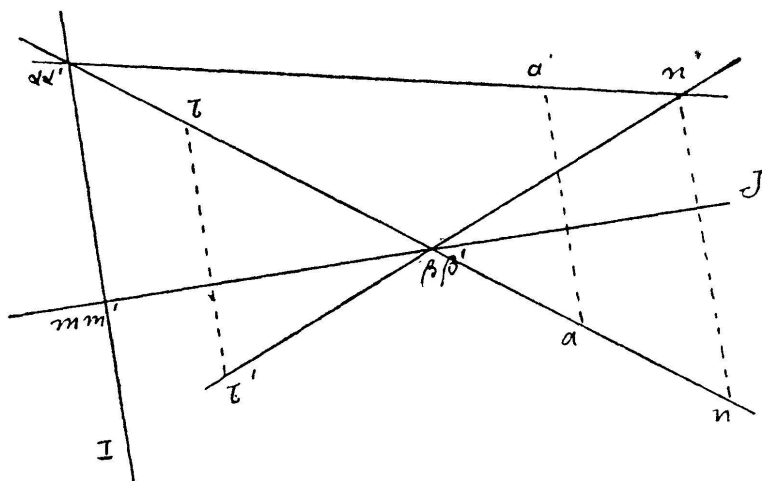


Fig. 13.

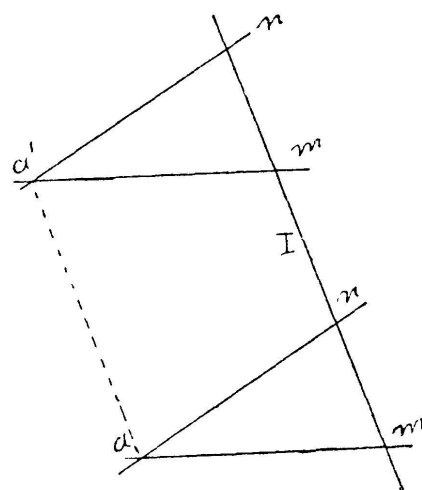


Fig. 14.

($aa = aa'$), et un plan parallèle au second bissecteur passant par bb' . On obtient un point nn' de leur intersection au moyen du plan de bout $a'b'$ par exemple. Le point mm' est à l'infini sur I; l'intersection nj , $n'j'$ des deux plans est donc parallèle à I et ses projections sont équidistantes de I (4 droites de construction).

Soit (fig. 13) un plan perpendiculaire au premier bissecteur Iaa'

et un plan parallèle à la ligne de terre Jbb' . Le plan vertical aq les coupe suivant deux droites dont les projections verticales sont $a'a'$ et $b'\beta'$ se rencontrant en nn' ; d'où l'intersection cherchée mn , $m'n'$ (4 droites).

Soit (fig. 14) un plan de profil I et un plan parallèle au second bissecteur passant par aa' ; $n'n$ est un point de leur intersection, an étant parallèle à $a'n'$; et de même $m'm'$. Il n'y a aucune droite à tracer pour les trouver; il suffit de porter sur I des longueurs $mm' = nn' = aa'$.

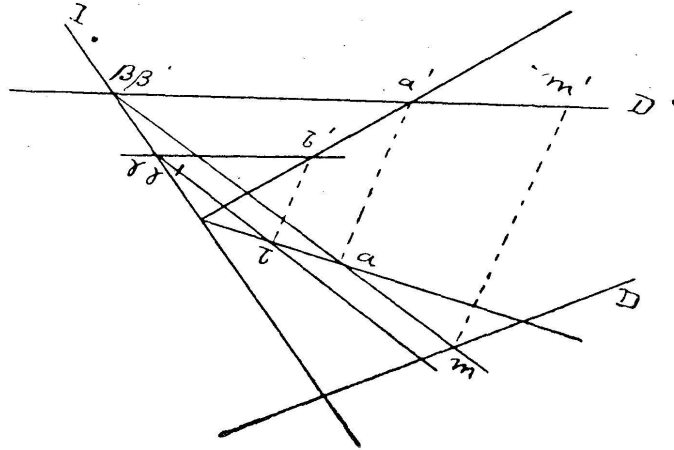


Fig. 15.

Les exemples qui précèdent sont suffisants, je pense, pour montrer que cette manière de figurer le plan n'introduit aucune difficulté nouvelle et conduit à des tracés d'une extrême simplicité et d'une réelle économie graphique.

INTERSECTION D'UNE DROITE ET D'UN PLAN. — Le plan étant donné (fig. 15) par sa trace et une droite l , $a'a'$, aa , et la droite par ses

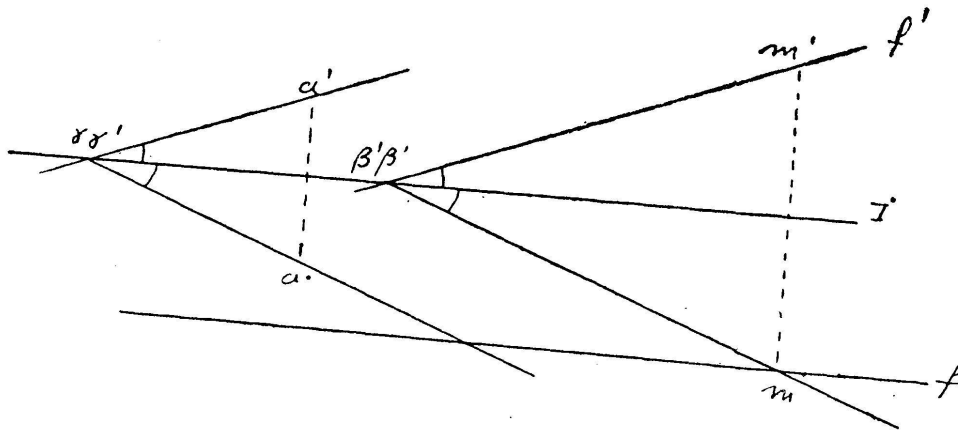


Fig. 16.

projections DD' , le plan de bout D' coupe le plan donné suivant la droite $\beta'a'$, βa , rencontrant D en m , d'où m' sur D' . 3 droites de construction.

Si le plan est donné par sa trace I et un point bb' , il faut commencer par y tracer une droite pour être ramené au cas précédent; on aura donc 5 droites de construction. Mais il est possible de n'en tracer que 4 en opérant comme suit. Choisissons comme droite du plan la droite by , $b'y'$, dont une projection, verticale

par exemple, est parallèle à la projection de même nom D' de la droite donnée. Le plan de bout D' coupe I en $\beta\beta'$ et $b\gamma$, $b'\gamma'$ à l'infini; βm est donc parallèle à $b\gamma$ et coupe DD' au point cherché mm' .

Soit (fig. 16) Iaa' un plan parallèle au premier bissecteur ($aa = aa'$) et une droite de front ff' . Le plan de bout f' coupe I en $\beta\beta'$ et à l'infini la droite du plan $a\gamma$, $a'\gamma'$ dont la projection verticale $a'\gamma'$ serait parallèle à f' . La parallèle βm à $a\gamma$ (c'est-à-dire la symétrique de $\beta f'$ par rapport à I) rencontre f en m , d'où m' ; mm' est le point d'intersection cherché (2 droites).

Soit encore (fig. 17) un plan Iaa' parallèle à la ligne de terre et une droite de profil pq , $p'q'$ définie par deux points. Nous pou-

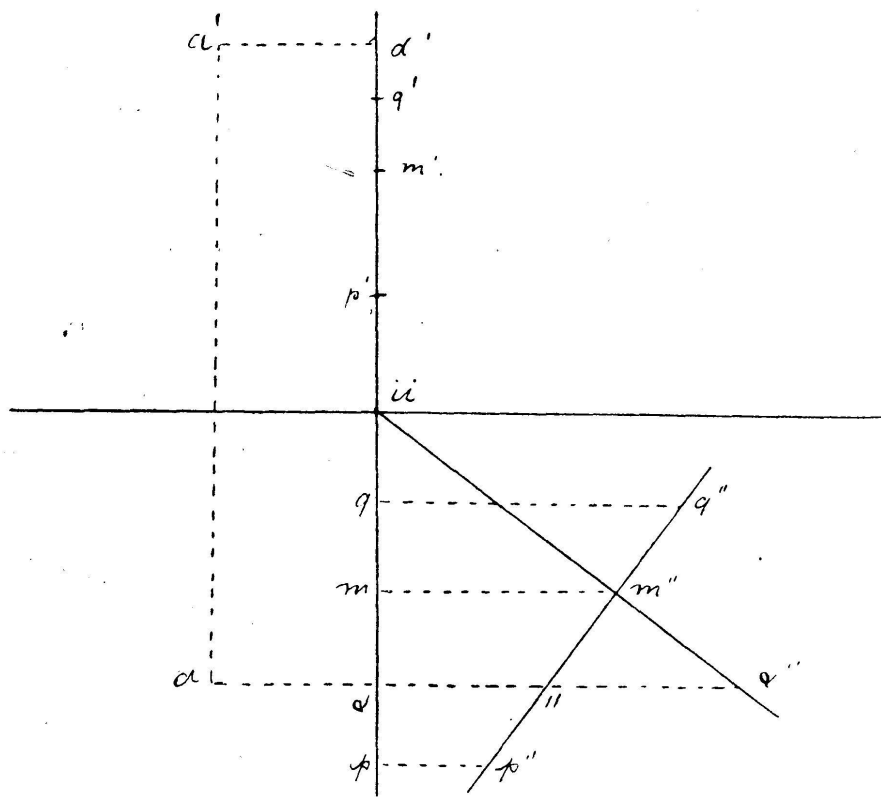


Fig. 17.

vons couper par le plan de profil contenant pq ; il rencontre I en ii' et la parallèle aa , $a'a'$ menée par aa' à I en $\alpha\alpha'$; ia , $i'a'$ est l'intersection du plan donné et du plan de profil. Rabattons ce dernier sur le plan horizontal passant par I (ou changeons de plan vertical en prenant pq pour ligne de terre et mesurant les cotes à partir de I); sur des parallèles à I , nous portons $aa'' = i'a'$, $pp'' = i'p'$, $qq'' = i'q'$; les rabattements ia'' et $p''q''$ se coupent en m'' projeté horizontalement en m et verticalement en m' : $i'm' = mm''$. mm' est le point cherché.

On peut (fig. 18) éviter le rabattement ou changement de place en faisant passer par pq , $p'q'$ un plan quelconque défini par les

droites parallèles pr , $p'r'$ et qs , $q's'$; sa trace sur le second bissecteur est rs , $r's'$ qui coupe l en tt' . Le plan de bout $p'r'$, par exemple, coupe la droite $a'p'a'$, aa en b , et l en c , donc le plan donné suivant bc , qui rencontre pr en v . La droite tv coupe enfin

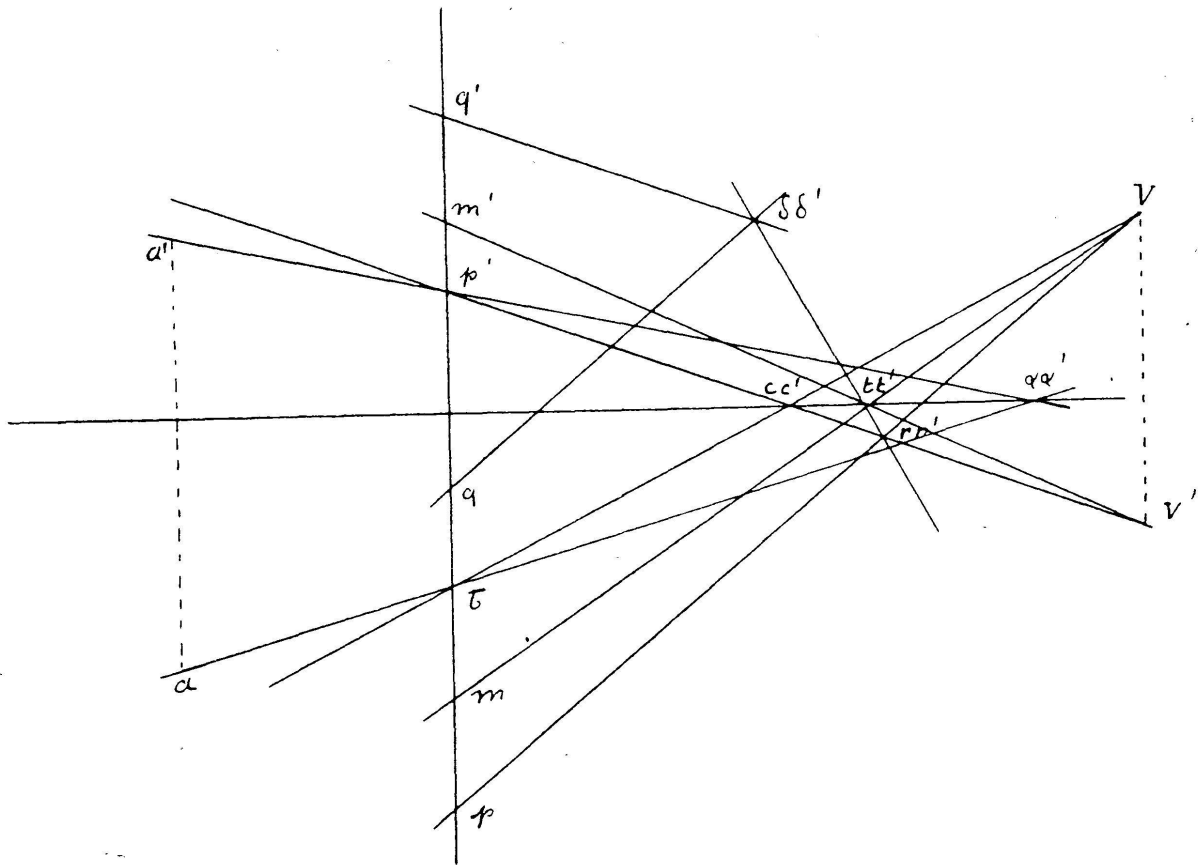


Fig. 18.

pq au point m cherché. v étant rappelé verticalement en v' sur $p'r'$, $t'v'$ rencontre $p'q'$ en m' , projection verticale de m .

Je me bornerai à ces exemples déjà trop nombreux pour aborder une remarque qui me paraît intéressante.

COMPARAISON AVEC LE TRAIT DE PERSPECTIVE.

On a pris l'habitude, en France, de représenter les points A de l'espace (fig. 19), en perspective conique, par leurs perspectives a' sur le tableau T (ou plan vertical), et les perspectives a sur le même tableau de leurs projections orthogonales α sur un plan G perpendiculaire à T , dit plan horizontal ou géométral. Le plan T étant celui de l'épure, celle-ci se compose, comme en géométrie descriptive ordinaire, des deux perspectives aa' situées sur une même ligne de rappel. Dans un grand nombre de questions uniquement descriptives, la ligne de terre xy , intersection de G et T ,