

III DISCUSSION

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1914)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

DISCUSSION

Sur les résultats obtenus dans l'introduction du calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures de l'enseignement secondaire.

1. Indications complémentaires

fournies par les délégués.

Allemagne. — M. W. LIETZMANN: Der Hauptberichterstatler, Herr BEKE, hat in so ausgezeichneter, vollständiger und übersichtlicher Weise, wie von allen Ländern, so auch von Deutschland die Tatsachen zusammengestellt, dass ich es im Augenblick vermeiden möchte, auf Einzelheiten einzugehen. Die Zeit ist schon weit vorgeschritten und sicherlich wird uns allen weniger an kleinen Ergänzungen, als an einer recht ausführlichen Diskussion gelegen sein. Deshalb nur einige kleine Bemerkungen.

Es war uns in Deutschland nicht möglich, eine ausführliche Rundfrage zur Beantwortung des von der Subkommission A ausgegebenen Fragebogens zu versenden. Ich habe selbst die Antworten auf den Fragebogen auf Grund der in den deutschen IMUK-Abhandlungen zusammengestellten Darstellungen und der sonstigen mir bekannten Literatur gegeben. Um aber einigermaßen sicher zu gehen, habe ich nachträglich meine Antwort an eine grössere Anzahl von Schulmännern geschickt, die mir in der Mehrzahl interessante Ergänzungen zu meinen Antworten zukommen liessen. Ist auch im wesentlichen das Bild ungefähr das gleiche geblieben wie vorher, so liessen es doch die mancherlei individuellen Züge jetzt wünschenswert erscheinen, das Ergebnis zu veröffentlichen. Ich erlaube mir, Ihnen einige Exemplare dieser Arbeit, die in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht erschienen ist, hier vorzulegen¹.

Lassen Sie mich aus dem grossen Komplex der sich aufdrängenden Fragen zwei herausgreifen. Es ist ausserordentlich schwer den gegenwärtigen Standpunkt, den man in Sachen der Infinitesimalrechnung auf der höheren Schule in Deutschland einnimmt,

W. LIETZMANN, Die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung in die höheren Schulen. *Zeitschrift für mathem. und naturw. Unterricht*, 45 (1914), 145 ff.

genau anzugeben. Wir haben überall ein Nebeneinander verschiedener Standpunkte, statt eines einzigen. Ich nehme ein Beispiel heraus. Ich wähle die Lehre von den Potenzreihen, die an fast allen deutschen Realanstalten und auch an einem kleinen Teile der Gymnasien behandelt werden. Und ich betrachte da wieder nur die Stellungnahme zur mathematischen Strenge.

Ich will drei Perioden unterscheiden, die einen historischen Hintergrund haben.

In der ersten Periode rechneté man mit unendlichen Reihen wie mit endlichen; manchmal führte man eine Rechnung glücklich zu Ende, manchmal nicht. Die Untersuchung der Konvergenz fehlte noch.

In der zweiten Periode ist der Begriff der Konvergenz voll erfasst. Aber in der Art und Weise, wie man zu den Reihen kommt, ist man unkritisch. Man geht irgend einen Weg, der zur Aufstellung der Reihe führt, ohne sich darum zu kümmern, ob jeder der dabei getanen Schritte erlaubt ist oder nicht. Man vertauscht z. B. den \lim und das über unendliche Gliedzahl erstreckte Summenzeichen ohne zu beachten, dass das falsch ist. Es wird, kurz gesagt, der strenge Nachweis dafür, dass die erhaltene, später auf ihre Konvergenz untersuchte Reihe die Funktion auch wirklich darstellt, gar nicht ins Auge gefasst.

Und schliesslich die dritte Periode, die man etwa Kennzeichnen kann dadurch, dass in der Taylorschen Reihe das Restglied berücksichtigt und diskutiert wird.

Diese drei Stellungnahmen zur Strenge bei der Reihenlehre gehen nun in unseren deutschen Schulen vollkommen nebeneinander her. Irgend eine feste Abmachung, was erlaubt ist und was nicht, besteht nicht. Dem Mathematiker an der Universität graut, während gleichzeitig der Methodiker an der Schule das Verfahren noch für viel zu streng hält. Ich denke, dieses Beispiel zeigt recht deutlich, dass wir in unserer Methodik der Infinitesimalrechnung, so grosse Fortschritte sie gemacht hat, noch nicht zu einem festen Abschluss gekommen sind.

Und deshalb scheint mir eine andere Frage nicht unwichtig. Warum wollen wir jetzt in der höheren Schule Infinitesimalrechnung treiben? Der mathematische Unterricht ist gar nicht für die späteren Mathematiker da; er ist also beispielsweise durchaus nicht mit der *Classe de mathématiques spéciales* hier in Frankreich zu vergleichen, die einen gewissen Fachcharakter hat. Wir denken in unseren höheren Schulen nur an den mathematischen Bedarf des Gebildeten und vielleicht noch den besonderen Bedarf aller mehr technisch gerichteten Berufe, vom Kaufmann, Offizier usw. bis zu den Technikern im engeren Sinne. In Deutschland war deshalb auch mit dem Eindringen der Infinitesimalrechnung keine bedeutende Stoffvermehrung verbunden— das

Aussmass der Mathematik-Stunden ist sogar fast durchweg bei den neueren Lehrplänen gleichgeblieben oder gar zurückgegangen. Wir wollten nur das, was wir sowieso schon in unseren höheren Schulen trieben, einfacher, schöner, aufrichtiger treiben als vordem. Die Physik, die wir vorher auch schon trieben, wird mit der Benutzung der Infinitesimalrechnung erst recht durchsichtig. Die Berechnung der Flächen und Körper kann erst systematisch durchgeführt werden mit der Integralrechnung. Die Kurvendiskussion erfordert Differential- und Integralrechnung. Und auch wenn wir die Schüler soweit führen wollen, dass sie die Werte ihrer trigonometrischen und ihrer logarithmischen Tabelle selbst finden können, brauchen wir die Reihenlehre. So ist in Deutschland das Eindringen der Infinitesimalrechnung vor sich gegangen ohne dass Stoffe aus früherer Zeit in grösserem Umfange ausgeschieden sind.

Es liegt nahe, an dieser Stelle etwas über die Geschichte des Eindringens der Infinitesimalrechnung in das höhere Unterrichtswesen zu sagen, da hierbei der Einfluss des Landes, dessen Gast wir hier sind, nicht ohne entscheidende Bedeutung war. Infinitesimalrechnung ist schon seit vielen Jahrzehnten an deutschen Realanstalten getrieben worden. Wichtige Zentren, in denen sich eine Methodik der Infinitesimalrechnung unter der Führerschaft hervorragender Pädagogen entwickelt hat, waren in Süddeutschland Württemberg, im Westen Wiesbaden unter Traugott Müller, im Norden, wie Herr Beke näher belegt hat, eine lange Tradition in Hamburg. Weiter ist zu nennen der Einfluss von Seeger in Güstrow, in Berlin derjenige des Realschulmannes Gallenkamp und des Gymnasialmannes Schellbach. Sie haben aber doch alle die Sache anders angefasst als wir heute. Der Anstoss zu einer regeren Betätigung in der Infinitesimalrechnung ging von Göttingen aus, dort war es das kräftige Eintreten unseres verehrten Präsidenten der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission, die die Sache vorwärts getrieben hat. Klein aber ist in dem Gedanken, ebenso wie an die Realanstalten auch an die Gymnasien die Infinitesimalrechnung zu bringen, wesentlich durch die französischen Lehrpläne von 1902 bestärkt worden. Namentlich ist es die in diesen Lehrplänen zum Ausdruck gekommene Betonung des Funktionsbegriffes schon in den mittleren Klassen gewesen, die er als den springenden Punkt erkannt hat. Die Durchführung dieser Idee in den Lehrbüchern von *Tannery* und *Borel*, die uns in Deutschland in ausgezeichneten Uebersetzungen zur Hand sind, hat nicht wenig anregend für die ersten Förderer der Reformbewegung, wie nachher für die immer zahlreicher werdenden Anhänger gewirkt. Später ist man in Deutschland in den überaus zahlreichen Veröffentlichungen sehr bald auch eigene Wege gegangen. Wir legen in Deutschland

sehr viel Gewicht auf didaktische Durcharbeitung der Unterrichtsstoffe und so ist z. B. in unserer pädagogischen Presse über solche Fragen ausserordentlich viel diskutiert worden. Immer aber bleibt bestehen, dass die Anregung zur Wiederaufnahme alter Erfahrungen und zu ihrer allgemeineren Verbreitung zu einem Teile auf das französische Vorbild zurückgeht.

Etats-Unis d'Amérique. — M. E.-B. VAN VLECK : M. D. E. SMITH has correctly stated (see page 7, report of M. E. BEKE) « que le calcul différentiel et intégral ne figure pas dans l'enseignement secondaire » des Etats-Unis. To this it may be added that to some degree the first year or two of the American College course correspond, in character of work, to the last year of the German gymnasium and the classes spéciales of the Lycées. The study of calculus is very commonly begun in the second year of the college course, and not unfrequently it is taken by students in their first year. Furthermore, graphical representation for simple functions (linear and quadratic functions) has been increasingly introduced as a topic into the algebra of the high schools. From both of these facts it is clear that the tendencies now under discussion at this conference are also manifesting themselves visibly in the United States.

Hongrie. — M. RATZ : Nach dem ausführlichen und alle Fragen beleuchtenden Referat des H. Berichterstatters, Prof. BEKE, möchte ich mich nur auf einige Bemerkungen beschränken, welche sich auf den Unterricht der Diff.- u. Int. Rechnung in Ungarn beziehen. Aus eigener Erfahrung kann ich behaupten, dass wir nur dann einen wirklichen Erfolg dieses Unterrichtes erwarten können, wenn wir denselben in den unteren Klassen gewissenhaft und gründlich vorbereiten. Die graphische Darstellung und die Veränderungen der Funktionen, so wie auch die Einführung der Elemente der Differential- und Integralrechnung darf sich nicht auf die obersten Klassen beschränken. Es ist ja nicht Zweck der Reformbestrebungen den mathematischen Lehrstoff bedeutend zu vermehren, sondern wir wollen den Unterricht einheitlicher gestalten und die bisher voneinander unabhängig behandelten Fragen und Aufgaben mittelst allgemeiner Methoden auf gemeinschaftlicher Basis behandeln.

Der Funktionsbegriff muss sorgfältig vorbereitet werden und man muss den Schülern dazu hinlänglich Zeit gönnen, damit sie in das volle Verständnis desselben eindringen können.

Deshalb beginnen wir mit den graphischen Darstellungen in den untersten Klassen. Wir wählen verschiedene Aufgaben aus der Statistik, der Geometrie, der Physik, dem geschäftlichen Leben u. s. w. Diese vorbereitenden graphischen Uebungen beschäftigen die Schüler 3 Jahre hindurch. Im IV. Jahrgange beginnen wir dann

mit der Bildung der Funktionen, welche sich auf den vorhergegangenen Rechenunterricht stützen. Erst dann wird auf die systematische Behandlung der Funktionen 1., 2. und 3. Grades eingegangen. Die Lösung der Gleichungssysteme wird rechnerisch und graphisch ausgeführt. Grosses Gewicht legen wir auf die graphischen Lösungen der Ungleichheiten. Sehr instruktiv ist auch die Diskussion der Gleichungen der Kegelschnitte. Der Schüler der mittleren Klassen soll, ohne im voraus zu wissen, um welchen Kegelschnitt es sich handelt, durch Eintragung einzelner Punkte und aus der Form der Funktion die fundamentalen Eigenschaften des betreffenden Kegelschnittes selbst erkennen.

Mit diesem Verfahren wird die analytische Geometrie, welche auf einer höheren Stufe des Unterrichtes die Umkehrung dieser Aufgabe behandelt, bestens vorbereitet. Auch in dem Unterricht der Trigonometrie und der Logarithmen, wird die graphische Darstellung ausgiebig benützt und verwertet. An die analytische Geometrie der Ebene, welche wir in der vorletzten Klasse unterrichten, schliesst sich dann die Einführung der Infinitesimal-Rechnung.

Wenn der Funktionsbegriff mittelst einfacher, dem praktischen Leben entnommener Beispiele eingeführt und befestigt, wenn in den mittleren und oberen Klassen der Unterricht in der Algebra auf den Funktionsbegriff aufgebaut wird und wenn der Unterricht überall die graphische Darstellung begleitet und ergänzt, dann bietet die Einführung der Differential- und Integralrechnung den Schülern keine besonderen Schwierigkeiten.

Es wäre verfrüht über den Erfolg dieses Unterrichtes schon jetzt ein Urteil fällen zu wollen. Ich möchte nur bemerken, dass diejenigen unserer Schüler, welche die Universitäten und die polytechnischen Institute besuchen, uns zu wiederholten Malen ihren Dank darüber aussprachen, dass sie schon in den Mittelschulen Gelegenheit fanden sich die Elemente der Differential- und Integralrechnung anzueignen, da sie dadurch in die günstige Lage versetzt wurden, sich in die wissenschaftlichen Methoden des Universitätsunterrichtes besser einarbeiten zu können und ihnen das Verständnis der naturwissenschaftlichen Lehren stark erleichtert wurde.

Im übrigen stimme ich dem Herrn Berichterstatter vollkommen bei, besonders was den Umfang der zu unterrichtenden Infinitesimal-Rechnung anbelangt.

Wenn wir die richtige Grenze überschreiten, setzen wir uns der Gefahr aus, einzelne Gebiete der Elementar-Mathematik zu vernachlässigen. Es muss besonders betont werden, dass wir den Unterricht der Geometrie nicht im geringsten einschränken, sondern denselben auf der bisherigen Höhe erhalten wollen. Deshalb dürfen wir im Unterrichte der Differential-Rechnung nicht zu

weit gehen, aber das Wenige was wir bieten, muss gründlich und gewissenhaft durchgearbeitet werden.

Italie. — M. CASTELNUOVO remaque qu'on n'a, en Italie, aucune expérience sur l'enseignement des éléments du calcul infinitésimal dans les écoles moyennes, car ces éléments n'y ont pas été introduits jusqu'ici, sauf dans quelques classes particulières, sous la responsabilité directe des professeurs. C'est seulement dans les programmes des lycées modernes qui ont été publiés tout dernièrement et qui seront adoptés l'année prochaine, que paraissent pour la première fois les notions de fonction, de dérivée et d'intégrale définie. M. Castelnuovo, qui a contribué à la rédaction de ces programmes et qui est favorable à la réforme de l'enseignement secondaire, croit cependant qu'il faut éviter d'introduire des sujets trop élevés pour l'intelligence et la culture moyenne d'un élève du lycée (tels que la série de Taylor, etc.). M. Castelnuovo pense qu'il faudrait se borner à exposer, dans les écoles secondaires, les notions de mathématiques qui appartiennent à la *culture générale*; il entend parler de ces notions que toute personne doit connaître pour aborder l'étude des sciences (économiques, naturelles...) où les conceptions et le langage des mathématiques ont une importance bien supérieure à celle de l'algorithme. Il convient de réserver l'enseignement *technique* des mathématiques aux personnes qui se consacreront à des études spéciales (mathématiques, physique, sciences de l'ingénieur); la place pour cet enseignement se trouve dans les universités ou dans les écoles polytechniques.

Roumanie. — M. RALLET: En Roumanie, dans l'enseignement secondaire, en fait de Mathématiques, on a introduit depuis quelques années déjà, dans les 3-4 dernières années du lycée réel les notions de dérivées et fonctions primitives; dans la dernière année même on enseigne un peu de Géométrie analytique en particulier la ligne droite, le cercle et les coniques, étudiées sur les équations simplifiées.

Russie. — M. C. POSSÉ: M. le général POPROUGENKO, membre de la Direction des écoles militaires en Russie, ici présent, a bien voulu me charger de communiquer, que l'enseignement des éléments d'analyse a été introduit en 30 corps de Cadets il y a 5 ans. La notion de dérivées et son application à l'étude de la variation des fonctions constitue le programme modeste de ce cours d'une heure par semaine, pendant les deux premières années d'études.

Les élèves n'éprouvent aucune difficulté à se familiariser avec ces notions et s'y intéressent plus qu'à d'autres matières de leurs études. Les éléments de la Géométrie analytique figurent déjà depuis longtemps dans le programme de ces écoles.

Serbie. — M. PETROVITCH : On n'a pas introduit jusqu'à présent les éléments du Calcul infinitésimal dans les écoles moyennes en Serbie. On y a pensé depuis quelque temps, mais les événements dont notre pays a été le théâtre ont empêché de mettre le projet en exécution. Une sous-commission nationale est maintenant formée en Serbie, elle fonctionne et a élaboré un plan d'enseignement mathématique dont la réalisation s'effectuera, selon toute vraisemblance, dans un bref délai. Pour réaliser le nouveau programme, on compte sur les simplifications et réductions à faire dans les parties plus élémentaires.

Le délégué serbe compte pouvoir présenter au prochain Congrès comme chose finie, la réforme de l'enseignement mathématique en Serbie dans le sens des idées modernes, adaptées aux circonstances dont nous aurons à tenir compte.

2. — Discussion générale.

Pour donner une image fidèle des intéressants débats auxquels donnèrent lieu les rapports très documentés de MM. BEKE et STAECKEL, il faudrait pouvoir reproduire non seulement dans tous leurs détails les observations générales, mais aussi les remarques spontanées, souvent fort suggestives, présentées par quelques-uns des orateurs. Cela n'est guère possible; aussi devons-nous nous borner à signaler les points essentiels sur lesquels a porté la discussion. Celle-ci était basée sur les résumés, rédigés par les rapporteurs eux-mêmes et rappelant les principales parties de leur exposé.

RÉSUMÉ DU RAPPORT GÉNÉRAL DE M. E. BEKE *sur les résultats obtenus dans l'introduction du Calcul différentiel et intégral dans les classes supérieures de l'enseignement secondaire.*

1. — **Place du Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire.** — Dans tous les pays où, pendant les douze dernières années, un nouveau plan d'études des écoles secondaires est entré en vigueur, une place plus ou moins grande y a été réservée à la Notion de fonction et aussi — à très peu d'exceptions près — aux premiers éléments du Calcul différentiel et intégral.

A. — Les Eléments du Calcul infinitésimal figurent au programme officiel des écoles, ou au plan d'études établi par les écoles elles-mêmes, dans les pays suivants :

Etats allemands : Bavière, Wurtemberg, Bade, Hambourg.

Autres Etats : Autriche, Danemark, France, Iles Britanniques, Italie, Roumanie, Russie, Suède et Suisse.

B. — Les Eléments du Calcul infinitésimal ne figurent pas dans le plan d'études, mais ils sont enseignés dans un grand nombre d'écoles : Prusse, Saxe, Hongrie, Australie, et ils le seront probablement avant peu en Hollande, Norvège, Belgique et Serbie.

2. — **Etendue donnée au Calcul différentiel et intégral.** — *a)* Il n'est appliqué presque partout qu'aux fonctions d'une variable.

b) On enseigne partout la différentiation des polynômes, des fonctions rationnelles (ou au moins des quotients de deux polynômes linéaires), ainsi que, dans la plupart des pays, celle des fonctions exponentielles, trigonométriques et de leurs inverses.

c) Dans la plupart des pays on préfère la notation de Lagrange à celle de Leibniz.

d) Dans la plupart des pays on introduit aussi la notion d'intégrale ou de fonction primitive. Partout la notion d'intégrale suit celle de dérivée (en Bohême on les enseigne simultanément). Dans quelques pays, l'intégrale définie précède l'intégrale indéfinie; mais dans la plupart des Etats la marche inverse est suivie.

3. — **Applications du Calcul infinitésimal.** — *a)* La série de Taylor figure dans peu de programmes. Elle est néanmoins enseignée dans les écoles où les plans d'études embrassent depuis longtemps les séries infinies. Là on établit les séries de e^x , a^x , $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$, $(1+x)^m$, $\text{arc tg } x$. Je crois que l'exposition de la série de Taylor n'est pas encore suffisamment préparée pour l'école secondaire.

b) Le Calcul infinitésimal est appliqué partout à la recherche des maxima et minima.

c) Il est aussi appliqué en Physique, au moins pour définir la vitesse et l'accélération, mais quelquefois il trouve une application plus étendue (centre de gravité, moments d'inertie, potentiel, etc.) En Russie, on ne se sert généralement en Physique que des Mathématiques élémentaires.

d) Le Calcul infinitésimal est appliqué en Géométrie à la détermination des aires et des volumes, et c'est ici que la nouvelle méthode rend le plus de services au point de vue de l'économie. Mais on continue à appliquer les méthodes anciennes, surtout le principe de Cavalieri.

4. — **La question de rigueur.** — C'est un des points les plus délicats. Du côté de l'enseignement supérieur on entend dire que l'enseignement secondaire fait plus de mal que de bien s'il n'adopte pas les méthodes rigoureuses d'une exposition scientifique; par contre, les représentants de l'enseignement secondaire affirment que l'intelligence moyenne des élèves ne permet pas une exposition rigoureuse du Calcul différentiel et intégral. Les professeurs des écoles secondaires doivent connaître le calcul infinitésimal moderne et rigoureux, mais dans leur enseignement ils doivent appliquer une méthode intuitive, des considérations

géométriques et mécaniques, et s'élever graduellement aux abstractions nécessaires. C'est aussi la manière la plus sûre d'éveiller dans l'esprit des élèves le désir de la rigueur.

a) Les nombres irrationnels sont introduits presque partout incidemment à l'occasion de l'extraction des racines. La théorie générale n'est exposée qu'exceptionnellement.

b) La notion de limite est introduite partout, nulle part on ne se contente de l'intuition. Les théorèmes élémentaires relatifs aux limites sont adoptés presque partout sans explications.

c) On ne fait pas d'allusions à des fonctions continues n'admettant nulle part de dérivée. Dans certaines écoles on se borne à dire qu'en certains points la dérivée peut cesser d'exister.

d) Dans la plupart des écoles la différentielle n'est pas introduite, il règne une confusion dans l'explication de la notion de différentielle. Il est à désirer que le brouillard métaphysique de l'infiniment petit n'entre pas dans l'enseignement secondaire.

5. — **Fusion du Calcul différentiel et intégral avec les matières de l'enseignement secondaire.** — Les matières nouvelles ne doivent pas être placées comme un supplément à côté des matières anciennes, mais une fusion complète devra s'opérer entre elles.

L'élargissement du rôle de la notion de fonction et l'introduction du Calcul infinitésimal ne peuvent avoir de succès que si le programme ancien est réduit et s'il devient plus économique. Il résulte un allègement grâce à la fusion des matières nouvelles avec les anciennes et à la suppression de quelques matières surannées.

6. — **Le mouvement réformiste et l'opinion publique des pédagogues.** — Le caractère définitif des résultats de notre mouvement peut être assuré : 1) Par le succès ; 2) Par l'opinion publique toujours éveillée, des représentants de l'enseignement. Le mouvement a rencontré partout la sympathie des professeurs de l'enseignement secondaire, mais les professeurs appartenant à l'enseignement supérieur, qui le regardent de leur point de vue spécial, ne sympathisent pas toujours avec nos tendances.

Nous entendons la plainte qu'un cours de Calcul différentiel et intégral n'est pas suivi avec intérêt par celui qui en a déjà quelques connaissances. Il n'est pas difficile de réfuter cette assertion. Qu'il nous suffise de rappeler les avis favorables que nous avons rencontrés parmi les professeurs des Universités de tous les pays, qui regardent notre mouvement d'un point de vue plus élevé.

* * *

Une première partie de la discussion sur les notions de dérivées et de fonctions primitives dans l'enseignement secondaire a eu lieu immédiatement après la lecture du rapport général de M. BEKE et du rapport spécial

de M. BIOCHE. Ont pris la parole : MM. BUHL (Toulouse), PADOA (Gênes), HADAMARD (Paris), CASTELNUOVO (Rome), POSSÉ (St-Pétersbourg), THAER (Hambourg), A. LÉVY (Paris), Th. ROUSSEAU (Dijon).

Il ressort de cette première discussion que l'introduction, dans l'enseignement moyen, des notions de dérivées et de fonctions primitives, a été généralement bien accueillie dans les principaux pays.

Comme l'a fait remarquer M. HADAMARD, membre de l'Institut, il faut que dans le premier enseignement des dérivées on évite d'établir un fossé entre l'intuition et la rigueur.

M. PADOA exprime la crainte que, pour donner satisfaction à des prétendues exigences didactiques, on ne retourne à la pseudo-intuition infinitésimale.

M. CASTELNUOVO, professeur à l'Université de Rome, désire avoir l'avis de ses collègues sur l'étendue à donner au calcul différentiel et intégral dans le programme des écoles moyennes. Il pense que dans cette première initiation on doit se borner à fixer clairement les notions indispensables pour suivre un cours d'une science quelconque, naturelle ou sociale, où l'on introduit le langage précis suggéré par les mathématiques.

A la question soulevée par M. Castelnuovo, M. Possé, professeur émérite de l'Université de St-Pétersbourg, répond qu'il estime que le minimum de connaissances mathématiques que doit fournir l'enseignement secondaire supérieur se trouve très bien représenté dans l'excellent manuel publié par Jules et Paul TANNERY, sous le titre *Notions de Mathématiques*¹, programme du 31 mai 1902, Librairie Delagrave, Paris.

M. THAER, Directeur d'Ecole réale supérieure (Hambourg), tient à constater qu'en Allemagne l'introduction des dérivées n'a pas apporté de surcharge dans les programmes ; ces notions sont plus accessibles que celles qui ont été supprimées dans les classes supérieures. Quant à l'étendue du programme, M. Thaer estime que l'on doit s'arrêter à l'aire de l'ellipse ; il résume ses remarques comme suit :

« Ich bin nicht vorbereitet auf die Frage zu antworten, ob bei einem Umfang des Unterrichts in der Infinitesimalrechnung, wie er nach dem Bericht des Herrn Beke in Deutschland erteilt wird, eine Ueberbürdung der Schüler eintritt. Nach meinen persönlichen Erfahrungen möchte ich sie verneinen. Die Infinitesimalrechnung ist eher leichter als schwerer, wenn man sie mit dem vergleicht, was früher in den obersten Klassen getrieben wurde. Kein Schüler, der bis dahin in Mathematik normal folgen konnte, versagte in der Differenzialrechnung, ja mancher, der für Trigonometrie und Stereometrie wenig Interesse zeigte, gewann es an der Infinitesimalrechnung. Auch die Philologen stehen in Hamburg wohlwollend dieser Erweiterung des mathematischen Pensums gegenüber, waren es doch zwei klassische Philologen Direktor Friedländer und Schulrat Hoche die vor 40 Jahren in Hamburg die Differenzialrechnung einführten. Die Ergebnisse, wenn man als Grenze des Pensums die Berechnung der Fläche der Ellipse bezeichnet, sind gut, soweit man dies nach der Zensuren der Schüler beurteilen kann. Jedenfalls wird dies Prädikat, wie statistisch festgestellt ist, vier mal so oft in Mathematik erteilt wie in den Sprachen. »

M. THAER désirerait être renseigné sur le moment où l'on introduit généralement les dérivées. Le rapport de M. BIOCHE signale les modifications ap-

¹ Trad. allemande par P. KLAESS; B. G. Teubner, Leipzig.

portées en France au programme de 1902 : il serait intéressant de connaître les raisons qui ont amené cette revision des programmes.

« Gestatten Sie, dass ich Ihre Aufmerksamkeit auf eine Frage richte, die Herr BEKE in seinem mündlichen Bericht nur leicht gestreift hat, weil sie nicht im Fragebogen stand. Das ist die Frage : Wann im Schulleben können wir, wann müssen wir mit der Einführung der Ableitung beginnen ? Herr BIOCHE hat die Frage für Frankreich in einem Bericht beantwortet. Darin fand ich zu meinem Erstaunen, dass man die Behandlung der Ableitungen in der zweiten Klasse gestrichen. In Hamburg unterrichtet man allerdings seit 40 Jahren Differenzialrechnung, aber wir sind trotzdem noch nicht zu einer definitiven Methode gekommen. Die Ursache liegt vielleicht darin, dass wir im XIX. Jahrhundert die Infinitesimalrechnung an den Schluss eines durchaus im alten Stil gehaltenen Unterricht setzen. Erst durch den Einfluss von Herrn KLEIN haben wir seit 10 Jahren mit der Betrachtung der Funktionen in den Mittelklassen begonnen, und daraufhin in den letzten Jahren, angeregt gerade durch die Beobachtungen, die Herr GRIMSEHL in französischen Schulen gemacht hat, einen ganz elementaren Kursus, der sich im wesentlichen auf ganze Funktionen beschränkt, in der Differential- und Integralrechnung in der Oberrealschule bei Schülern von 15—16 Jahren eingeführt. Wir haben dadurch den Vorteil, dass wir im zweiten Kursus der Physik, der in derselben Klasse beginnt, sofort Differentiale und Integrale benutzen können. Auch der zweite Kursus der Stereometrie speziell die Volumberechnung wird dadurch auf ein höheres Niveau gehoben und in der analytischen Geometrie erreichen wir ganz wesentliche Vereinfachungen besonders bei der Behandlung der Tangenten und Normalen. Es wäre deshalb interessant, wenn Herr BIOCHE die Gründe angeben wollte, warum man in Frankreich die Infinitesimalrechnung in der zweiten Klasse gestrichen hat und dadurch auf den Vorteil verzichtet, sie schon nützlich in der Physik zu verwenden. »

La seconde partie de la discussion a eu lieu samedi matin. Y ont pris part : MM. BEKE (Budapest), THAER (Hambourg), BIOCHE (Paris), FONTENÉ (Paris), HADAMARD (Paris), DARBOUX (Paris), PADOA (Gènes), ENRIQUES (Bologne) et RIVAL (Grenoble).

M. BIOCHE, professeur au Lycée Louis-le-Grand (Paris), répond à M. Thaer en le renvoyant au rapport spécial annexé au rapport de M. Beke, on y trouve précisément la gradation établie maintenant, depuis la modification apportée en 1912 au plan d'études antérieur.

En *Seconde*, étude de fonctions simples, sans dérivées ;

En *Première*, notions sur les dérivées et leur usage, en se limitant à certaines fonctions précisées au programme ;

En *mathématiques*, extension aux fonctions rationnelles, irrationnelles du 2^e degré, et trigonométriques.

Quelques personnes ont trouvé le programme trop restreint, et ont regretté que celui-ci ne mentionne pas la dérivée d'une fonction de fonction. Il ne faut pas oublier que les programmes de *Première* ou de *Mathématiques* sont des programmes de baccalauréat ; on a voulu éviter d'y mentionner certaines questions pour que celles-ci ne soient pas prises comme *questions de cours*. Mais les professeurs peuvent donner, et donnent effectivement, des théories ou des formules qui peuvent être utiles, bien que non explicitement mentionnées dans le programme ; on peut le constater en lisant les traités publiés à l'usage des élèves.

M. FONTENÉ, inspecteur de l'Académie de Paris, est de l'avis de M. Bioche. La séparation prévue dans le programme actuel est très utile ; l'élève doit d'abord étudier la fonction sans faire usage de la dérivée.

M. HADAMARD, membre de l'Institut, se déclare également d'accord avec les deux orateurs précédents. Dans l'enseignement il faut éviter l'automatisme ; il faut, le plus souvent possible, faire appel au bon sens. Le professeur doit s'assurer que l'élève sait étudier les fonctions élémentaires pour elles-mêmes, par la discussion directe et l'observation, avant de faire intervenir la dérivée. M. HADAMARD illustre ses observations par ses souvenirs d'examineur.

M. DARBOUX, membre de l'Institut, l'un des principaux collaborateurs aux programmes de 1902, fait remarquer que ces programmes prévoyaient déjà une gradation dans l'introduction des notions de fonction et de dérivée. Il faut aussi tenir compte qu'à côté du programme il y a également le rôle du professeur, qui doit savoir se limiter aux choses essentielles.

M. THAER dit qu'en Allemagne la première initiation se fait également dans les classes précédentes par la considération de fonctions simples et de représentation graphique. Le maître s'adresse alors à des élèves d'environ 14 ans. Les premières notions de calcul différentiel ne sont présentées que plus tard, lorsque les élèves ont 15-16 ans ; ce qui correspond donc, au point de vue de l'âge, à ce qui se fait en France. Pendant les trois années suivantes, les connaissances acquises sont utilisées, notamment en physique.

D'après M. PADOA, professeur à l'Institut technique de Gênes, le concept d'intégrale définie est plus accessible que celui de dérivée, car le premier réclame la seule notion de limite supérieure et inférieure, que les élèves possèdent déjà (nombres réels, longueur d'une circonférence, etc.), tandis que le second repose sur la notion plus subtile du passage à la limite. D'ailleurs, le théorème « sur le maximum d'un produit de n nombres absolus, ayant une somme donnée » permet de résoudre toutes les questions de maximum et de minimum qui se présentent dans les Mathématiques élémentaires ; tandis que, pour atteindre ce but par la méthode des dérivées, il ne suffit pas d'étudier les fonctions d'une seule variable.

M. FONTENÉ insiste à son tour sur la nécessité d'avoir un programme bien gradué ; il faut éviter chez les élèves un emploi machinal des connaissances mathématiques ; il craint qu'avec l'abus des dérivées, utilisées seules et sans réflexion, on ne diminue les occasions d'obtenir un effort personnel.

Quant à l'étude de la série de Taylor, comme l'a dit M. Beke, les élèves ne sont pas encore suffisamment préparés.

M. HADAMARD estime même que l'étude directe de la série de Taylor est d'un intérêt minime, non seulement dans l'enseignement élémentaire, mais d'une manière générale, car elle est fondée sur une idée peu scientifique, celle qu'une fonction arbitraire admet en général un développement de cette espèce.

Les récents programmes de la classe de *Mathématiques spéciales* ont modifié les vues relatives à l'application de la série de Taylor. Les seuls développements qui s'obtiennent par l'emploi du théorème général sont ceux de $\sin x$, $\cos x$. Tous les autres $[a^x, \log(1+x), (1+x)^m, \operatorname{arctg} x]$ sont déduits des propriétés analytiques des fonctions envisagées. A cet effet, les propriétés générales les plus simples des séries entières — en particulier en ce qui concerne la dérivation et l'intégration — sont démontrées.

M. ENRIQUES, professeur à l'Université de Bologne, trouve exagéré le

point de vue de M. Hadamard, d'autant plus qu'on doit à M. Hadamard des mémoires très remarquables qui se rattachent à la série de Taylor.

M. DARBOUX est d'accord dans une certaine mesure avec M. Hadamard. Pour les fonctions élémentaires, il n'est pas nécessaire d'employer la série de Taylor, mais il faut tout de même reconnaître que la formule est utile.

M. CZUBER, qui présidait la dernière séance, remercie au nom du Comité Central tous ceux qui ont participé à la discussion et proclame la clôture des séances de travail.

Annexe : Extraits de quelques rapports nationaux.

Voici les Etats dont les délégués ont envoyé des réponses au questionnaire A concernant l'introduction des premiers éléments du Calcul des dérivées et des fonctions primitives dans l'enseignement secondaire supérieur.

	Rapporteurs :		Rapporteurs :
Allemagne	MM. LIETZMANN et THER	Hongrie	MM. BEKE et MIKOLA
Australie	CARSLAW	Iles Britanniques	GODFREY
Autriche	SUPPANTSCHITSCH	Italie	CASTELNUOVO
	BYDZOVSKI	Norvège	ALFSEN
Brésil	E. GABAGLIA	Russie	POSSÉ
Danemark	HEEGAARD	Serbie	PETROVITCH
Etats-Unis	D. E. SMITH	Suisse	BRANDENBERGER et
France	Ch. BIOCHE		FEHR
Hollande	CARDINAAL		

Le rapporteur général a dépouillé et étudié avec beaucoup de soins les réponses rédigées par les délégués et qui, pour la plupart des pays, formaient de véritables rapports. Il en a mentionné les résultats essentiels dans son excellent exposé ; nous n'avons donc pas à y revenir.

Trois des rapporteurs nationaux, MM. GODFREY, LIETZMANN et SUPPANTSCHITSCH, ont publié le résultat de leur enquête à la veille de la Conférence de Paris. Nous en extrayons les passages concernant plus particulièrement l'accueil fait à l'introduction des premiers éléments du Calcul différentiel et intégral dans l'enseignement secondaire.

Allemagne. — Le rapport publié dans la *Zeitschrift für mathem. u. naturw. Unterricht aller Schulgattungen* (45. Jahrg., 1914, 3. Heft, p. 145-160), sous le titre « Die Einführung der Elemente der Differential- u. Integralrechnung in die höheren Schulen. Bericht über die Verhältnisse in Deutschland, der Internationalen Mathematischen Unterrichtskommission erstattet von W. LIETZMANN mit zahlreichen Bemerkungen von Fachleuten », se termine par la remarque suivante de M. F. KLEIN :

Nicht auf die Vertreter der Mathematik an den Universitäten kommt es eigentlich an, sondern auf die Mathematiker an den technischen Hochschulen und die Universitätsphysiker. Denn diese haben mit der mittleren mathematischen Durchbildung der Abiturienten in erster Linie zu rechnen. Wie sie zur Frage der Einführung der Infinitesimalrechnung stehen ? Ich fürchte beinahe, dass eine grosse Zahl von dem augenblicklichen Stande der Dinge gar keine Kenntnis hat.

Wir befinden uns eben in einem Uebergangszustande. Im Zusammenhang damit stellt sich bei den Zuhörern, die mit einiger Kenntnis der Infini-

tesimalrechnung zur Hochschule kommen, vielfach ein besonderer Missstand ein, der nicht verschwiegen werden darf. Die Anfangsvorlesungen der Hochschulen setzen von alters her eine solche Kenntnis nicht voraus und können sie bis auf weiteres auch nicht allgemein voraussetzen. Es lässt sich also nicht vermeiden, dass zu Beginn Dinge berührt werden, die jenen Zuhörern bereits bekannt sind oder doch bekannt vorkommen. Der Studierende lässt sich dadurch nur zu leicht bestimmen, den Vorlesungsbesuch eine Zeitlang einzustellen, um dann plötzlich zu bemerken, dass er den Anschluss verloren hat; es gibt Fälle, wo dieser Schaden nie mehr gut gemacht wird. Auf Grund solcher Erfahrungen kommt dann der Hochschuldozent nur zu leicht dazu, den Unterricht in Infinitesimalrechnung an der Schule überhaupt zu verurteilen. Er hört auch zuweilen, dass dem Studierenden die Illusionen, unter denen er zu leiden hat, von der Schule her bereits geläufig waren. Wie ist da zu helfen? Ich denke nur dadurch, dass man die tatsächlichen Verhältnisse klar und immer erneut vor der Öffentlichkeit bespricht und dadurch den Beteiligten mehr und mehr ein richtiges Urteil über sie ermöglicht.

Es gibt aber noch einen anderen Grund, um deswillen sich manche Hochschulmathematiker gegen die Einführung der Infinitesimalrechnung an der Schule aussprechen. Es ist dies die Ungenauigkeit oder auch der Mangel an Folgerichtigkeit, mit der die Lehren der Infinitesimalrechnung in manchen neuerdings erschienenen Schulbüchern auseinandergesetzt werden. Man schliesst daraus, dass der Gegenstand für die Schule zu schwer sei.

Hierauf ist zu antworten, dass auch in anderen Kapiteln der Schullehrbücher, insbesondere in der Behandlung der unendlichen Reihen mit den Methoden der algebraischen Analysis, ähnliche Unvollkommenheiten auftreten. Der Missstand haftet also nicht am Stoff, sondern begründet sich dadurch, dass viele Lehrer unserer höheren Schulen von den praktischen Aufgaben der Unterrichtserteilung einseitig in Anspruch genommen sind und darüber nicht dazu kommen, den Fragen der Genauigkeit die erforderliche Aufmerksamkeit zuzuwenden. Umgekehrt neigt der Universitätsmathematiker dazu, bei der Durchsicht eines Schullehrbuches nur auf letztere zu achten und darüber die Leistung, die im methodischen Aufbau des Lehrganges und der Berücksichtigung der Fassungskraft der heranwachsenden Schüler liegt, zu übersehen. Beide Arten von Einseitigkeit haben sich bei uns so schroff entwickelt, weil der Kontakt zwischen den Vertretern der Schule und der Hochschule bei uns Dezennien hindurch ein äusserst spärlicher gewesen ist. Nun die Frage der Infinitesimalrechnung beide Seiten interessiert, stossen die Gegensätze unvermittelt aufeinander. Die Plötzlichkeit dieses Zusammentreffens verursacht unnötige Schwierigkeiten, ist aber in den Verhältnissen der Vergangenheit begründet, die wir nicht ändern können. Freuen wir uns umgekehrt, dass durch die Reform unseres mathematischen Unterrichts, die in der Einführung der Infinitesimalrechnung ihren bezeichnenden Ausdruck findet, überhaupt ein Zusammentreffen herbeigeführt wird. Je lebhafter dann die Erörterungen beiderseits werden, um so mehr wird die unheilvolle Trennung zwischen den Schulkreisen und den Hochschulkreisen, an der unser Unterrichtswesen krankt, überwunden werden.

Autriche. — M. R. SUPPANTSCHITSCH, l'un des délégués autrichiens à la Commission internationale, s'est excusé de ne pouvoir prendre part au Congrès. S'étant chargé des travaux préparatoires en réponse au question-

naire A du Comité central, M. Suppantschitsch a eu l'occasion d'étudier à fond l'état de l'enseignement du Calcul des dérivées en Autriche. A ce propos il a publié un article dans la *Zeitschrift f. das Realschulwesen* (1914, nos 1 et 2, 16 p.) sous le titre « Zur Frage der Infinitesimalrechnung an den Mittelschulen ». L'auteur a fait hommage à la Conférence de vingt-cinq tirages à part de sa Note; ils ont été distribués à la première séance de travail par les soins du secrétaire général, avec les exemplaires de la *Zeitschrift f. mathem. und naturw. Unterricht* contenant le rapport de la sous-commission allemande, par M. LIETZMANN.

Nous reproduisons ci-après les conclusions de M. Suppantschitsch qui nous prie, d'ailleurs, d'insister sur le fait qu'il exprime une opinion personnelle dont il est seul responsable :

« *Ueber Zustimmung und Ablehnung.* — Etwa zwei Drittel der Anstalten haben sich zustimmend geäußert, die anderen Anstalten verhalten sich zur Hälfte ablehnend, zur Hälfte ganz unentschieden.

Die Zustimmung wird motiviert mit der Vereinheitlichung aller Grenzbeachtungen, die früher im Unterricht des notwendigen Zusammenhanges entbehrt hätten, mit einem günstigen Einfluss auf die Lernfreudigkeit der Schüler, die sich besonders durch die Belebung der Wiederholung in der obersten Klasse zeige. Es wird gesagt, dass die Schüler den neuen Stoff, ohne die Mehrbelastung als drückend zu empfinden, in zufriedenstellender, wenn auch nicht eindringlicher Weise erfassen. Schliesslich wird auch manchmal auf den allgemeinen Wert dieser Dinge für die Bildung des jungen Mannes hingewiesen. Sehr oft wird auch der Vorteil betont, den die Absolventen auf der Hochschule hätten, da ihnen nunmehr die Vorlesungen nicht mehr als etwas unerhört Neues erschienen.

Gerade dies ist aber ein heikler Punkt. Hier müssen wohl auch die akademischen Lehrer gehört werden. Unter ihnen verhalten sich aber die meisten sehr ablehnend. Nach der Ansicht vieler von ihnen wünschen die Hochschullehrer bei den jungen Semestern vorzüglich eine beachtenswerte Rechenfertigkeit, die Fähigkeit, Formeln zu lesen und bei variirten Grössen zu deuten, und ganz besonders die Willensdisposition, eine Rechnung auch bis zu Ende durchzuführen. Auf unsicheren Kenntnissen der Infinitesimalrechnung — mehr könne die Mittelschule ja gewiss nicht leisten — könne man überhaupt nicht weiter bauen, man müsse nach wie vor von vorne beginnen. Könnten die neuen Verhältnisse vielleicht auch ein rascheres Vorgehen in den Anfangsvorlesungen nahelegen, so stehe doch dagegen die jetzt geringere Rechenfertigkeit der Studierenden und die grössere Ungleichartigkeit ihrer Vorbildung. Es sei auch gar schwer, einmal erworbene unrichtige Auffassungen zu korrigieren. Die Mathematik in der Mittelschule habe sich eben vorzüglich um jene Schüler zu bekümmern, die später nichts mehr von dieser Wissenschaft zu hören bekämen, den andern werde sie ja später in ganz anderem Ausmasse vorgesetzt.

Das Problem, den künftigen Ingenieuren und Naturforschern die passende Vorbildung und das nötige Ausmass an Rechenfertigkeit und gleichzeitig den späteren Nichtmathematikern die Fähigkeit zum richtigen Verständnis der mathematischen Elemente unserer Kultur zu geben, dieses Problem ist eben sehr schwer und noch nicht gelöst. Bloss um eine Art von Schülern hat sich die Mathematik der Mittelschule gar nicht oder fast gar nicht zu kümmern, das sind jene seltenen hohen Talente, die später bis zu eigener Forschung vordringen.

Den oben erörterten Zustimmungen stehen in den eingegangenen Antworten auch schroffe Ablehnungen entgegen. Es wird geklagt, dass eine Ueberbürdung der Schüler eintrete; sehr oft hört man, dass ein nur einigermaßen zufriedenstellendes Verständnis bei der Vielseitigkeit der Lehraufgabe der Mittelschule nicht zu erreichen sei, dass auch dieser Teil der Mathematik in der Schule zu einem verständnislosen Mechanismus heruntersinke. Eine Beantwortung weist auf den fundamentalen Unterschied hin, der zwischen der auf den nächsten Zweck gerichteten Sinnesart des Real- schülers und der dem Problem an sich mit Interesse gegenüberstehenden des Gymnasiasten bestehe. Die Physiker scheinen von der Infinitesimalrechnung mehr zu halten als jene Lehrer, die neben Mathematik nur noch darstellende Geometrie unterrichten. Sehr allgemein und wohl auch berechtigt ist aber die Klage, auch bei zustimmenden Urteilen, dass die jetzige Verteilung des Lehrstoffes äusserst ungünstig sei. Die Infinitesimalrechnung reife gewöhnlich erst in dem Jahre aus, das auf den Eintritt der Physik in den Unterricht folge. Dadurch gehe das passendste Anwendungsgebiet fast leer aus. Etwas besser scheint es in dieser Sache in einem Kronlande zu stehen, in dem die Infinitesimalrechnung schon etwas früher systematisch zusammengefasst wird. Sehr allgemein und wohl ebenso berechtigt ist der Wunsch, dass Mathematik und Physik von demselben Lehrer unterrichtet werden sollen, und der Wunsch nach grosser Beschränkung im Lehrstoffe.

Man sieht also: Die Frage, ob die Einführung der Infinitesimalrechnung einstimmig als ein entscheidender Fortschritt zu betrachten sei, ist mit nein zu beantworten. Es wird sehr interessant sein, die hier niedergelegten Beobachtungen mit den Erfahrungen anderer Länder zu vergleichen, was eben eine Aufgabe der Versammlung in Paris sein wird. Bedenke ich aber, dass gerade jene Anstalten, die sich nicht mit einer ganz groben Approximation begnügen, am meisten über den Mangel an Verständnis bei den Schülern klagen, so steigen mir Zweifel auf, ob unsere Schüler überhaupt für die Infinitesimalrechnung reif sind. Ich halte daher schon jetzt die Frage für sehr diskutierbar, ob die Infinitesimalrechnung aus der Schule nicht wieder verschwinden soll. »

Iles Britanniques. — M. C. GODFREY, l'un des délégués anglais à la Commission internationale, a été empêché, pour raison de service, de se rendre à la Conférence de Paris. C'est lui qui avait été chargé de renseigner le rapporteur général pour ce qui concerne les Iles Britanniques. Son rapport a été reproduit dans le n° de janvier 1914 de la *Mathematical Gazette* sous le titre « Teaching of Calculus in Public and Secondary Schools in the United Kingdom (16 p.). »

Parlant de l'accueil fait à l'introduction du Calcul des dérivées et des fonctions primitives, M. Godfrey s'exprime en ces termes :

In answering this question in the absence of definite replies from a large number of correspondents, it is difficult to eliminate one's own personal views and aspirations. The subject has been ably discussed by Mr. C. S. Jackson, in a paper entitled: « The Calculus as a School Subject », which is incorporated in Part I. of the Reports on the Teaching of Mathematics in the United Kingdom, as presented to the Cambridge Congress in 1912. Mr. Jackson's attitude may be described as sympathetic but critical.

Broadly speaking the movement has received general support. Perhaps the most powerful stimulus is that of the engineers, as represented by Prof. Perry. The physicists have long pressed for a modicum of calculus,

and prefer to take it without too much mathematical rigour. The Universities have progressively included more calculus in their examination papers for schools; these papers, together with those set by the Civil Service Commissioners (for admission to the Army and the public service generally), are the most powerful lever that acts on the school curriculum. It will be understood, of course, that there is in England no general curriculum imposed upon schools: schools frame their own curricula, but tend to adapt them to the examination requirements of their pupils.

Whatever opposition there has been to an introduction of the calculus at an early stage has come from those who fear that a diminished emphasis on the manipulative and formal side of algebra will have a bad effect. The question raised is this: What algebraic equipment constitutes a firm base for a superstructure of Calculus?

This is the only articulate objection that has found a voice. But the main obstacle is that most powerful force in educational matter — *vis inertiae*.

I submitted a first draft of this report to the members of the Public School Sub-committee of the Mathematical Association. I have to thank many of these gentlemen for suggestions which I have been glad to incorporate in the final report. It must not be understood, however, that anyone shares with me the responsibility for the statements made above.

Prof. Gibson informs me that my remarks may be taken as generally applicable to the Secondary Schools of Scotland.
