H. Bouasse et E. Turrière. — Exercices et Compléments de Mathématiques générales. — 1 vol. gr. in-8° de 500 pages et 374 fig. ; 18 fr. ; Ch. Delagrave, Paris.

absolument convaincante et il serait à désirer que l'auteur la développât dans un article à part.

Si on attribue aux lettres des valeurs 0, n, $2n$, $3n$, ... $(n-1)n$, et qu'on fasse la somme des nombres correspondant à chaque jeton, on aura un *carré magique*. Parmi les dispositions des carrés symboliques à choisir pour la construction pratique des carrés magiques, M. Barbette choisit celle des Indiens.

Il donne ensuite des *carrés magiques composés* des modules 9, 12, 16, 18, 20, 24, 25 ; puis il traite des *carrés magiques à enceintes*, des *carrés panmagiques*, des *carrés hypermagiques* et des *carrés bimagiques*, c'est-à-dire ceux qui restent magiques quand on élève tous leurs termes au carré.

Notons çà et là quelques problèmes intéressants.

Trouver le nombre des permutations symétriques d'un arrangement.

Déterminer les groupes de n *nombres inférieurs à* n^2 *et ayant pour somme* $\frac{n(n^2+1)}{2}$. Il donne une méthode permettant d'arriver de proche en proche à la solution. Pour $n=3$, 4, 5, on a respectivement 8, 86 et 1394 solutions.

La somme des puissances $(n^2)^{\text{èmes}}$ *des* $n-1$ *premiers entiers est comprise entre* n^{2n-2} *et* n^{2n}.

Aucun carré magique des modules 3, 4, 5 *et* 6 *ne peut être bimagique.*

Etude des produits terme à terme de deux carrés magiques de mêmes modules ; d'où un moyen d'obtenir une foule d'identités du second dehré.

Si un carré est magique aux n *premiers degrés, il conserve ses propriétés quand on ajoute à chaque terme un même nombre.* Ce théorème donné par Ed. Lucas pour $n=2$, l'a été généralement par M. G. Tarry, qui en a tiré de nombreuses conséquences.

En somme, travail considérable pouvant servir d'un excellent guide dans cette théorie encore peu connue ; beaucoup d'exemples intéressants ; beaucoup d'aperçus et de résultats nouveaux. Il semble toutefois que l'auteur eut dû traiter moins à fond certaines parties accessoires : les ouvrages de vulgarisation — tels que celui-ci — devraient s'astreindre à ne parler que de choses simples, générales et immédiatement fécondes.

A. Aubry (Dijon).

H. Bouasse et E. Turrière. — **Exercices et Compléments de Mathématiques générales.** — 1 vol. gr. in-8° de 500 pages et 374 fig. ; 18 fr. ; Ch. Delagrave, Paris.

Le gigantesque cycle de connaissances embrassé par M. Bouasse n'aurait pas été complet sans ce nouveau volume qui, après les six volumes de Physique et les Traités de Mécanique et de Mathématiques générales, est bien le neuvième tome d'une immense encyclopédie. Inutile de revenir sur ces productions précédentes qui ont décelé en leur auteur un esprit pédagogique de première force se superposant au physicien déjà bien connu sur le terrain de la science pure. Insistons plutôt sur la collaboration de M. Emile Turrière, connu aussi des lecteurs de l'*Enseignement mathématique* puisqu'il a publié et publie encore ici-même des recherches géométriques aussi profondes qu'élégantes.

De cette heureuse réunion naît un ouvrage frappant par ses qualités originales. Le plus extraordinaire est que toutes les choses connues et anciennes que l'on y retrouve semblent comme rajeunies pour la jeunesse à laquelle le livre s'adresse. Ce sont d'abord des constructions de courbes dont je ne me lasse point d'admirer les dessins. Elles sont prises parmi celles rassemblées par des géomètres tels que MM. Brocard, Loria, Wieleitner, Teixeira, etc., du moins sous les aspects où on peut immédiatement les saisir, les tracer par les procédés géométriques ou cinématiques les plus simples, les faire vivre et leur attribuer les plus harmonieuses propriétés. Ce sont aussi les courbes physiques telles les isothermes de Van der Waals dont une droite partage l'aire en déterminant sur la courbe les points qui correspondent à la vaporisation et à la liquéfaction d'un système liquide-vapeur, telles celles de Perot et Fabry qui correspondent à la distribution de la lumière dans les franges résultant des phénomènes d'interférence, telles les filets fluides des liquides en mouvement permanent autour d'obstacles donnés, etc., etc. Au point de vue purement géométrique, il y a des réciprocités merveilleuses auxquelles cependant on ne songe pas d'ordinaire. Ainsi, en coordonnées cartésiennes, il est immédiat et élémentaire d'associer toujours les courbes exponentielle et logarithmique. Mais on n'associe pas toujours, en coordonnées polaires, la spirale logarithmique $r = e^{\theta}$ et la spirale exponentielle $r = \log \theta$, courbe très élégante ici tracée. Une autre idée, que j'ai été amené à beaucoup apprécier personnellement mais qui n'est pas encore suffisamment classique, consiste à rectifier les courbes dont l'arc dépend d'une intégrale elliptique de seconde espèce en donnant simplement les demi-axes a et b de l'ellipse dont le périmètre (ou une partie simple du périmètre) est égal à tel ou tel arc de la courbe envisagée. Si je ne me trompe *toutes* les courbes de cette nature ont été déterminées par Serret et l'on connaît vulgairement les sinussoïdes et toute la famille épi ou hypocycloïdale. Mais on connaît moins de jolies spirales ou rosaces qui, rectifiées ainsi, n'apprennent peut-être pas la théorie des fonctions elliptiques mais montrent tout de même qu'il n'y a pas rien que des fonctions à propriétés mystérieuses et difformes au delà de celles qui s'expriment élémentairement.

Souvent les auteurs ont une idée qui stupéfie parce qu'elle intéresse avec rien. Ainsi l'aviateur qui fait de parfaits virages, dans un vent uniforme, décrit une cycloïde par rapport au sol. Ce n'est pas difficile à démontrer. Mais c'est captivant pour l'étudiant qui attend peut-être avec impatience la fin d'un cours pour aller voir voler un pilote plus ou moins célèbre.

Dans l'espace où les surfaces ou courbes gauches intéressantes forment un monde beaucoup plus clairsemé que celui des courbes planes, nous trouvons quelques problèmes empruntés à l'Astronomie et l'ouvrage se termine par les calculs approchés, les permutations et arrangements opérés sur objets tangibles (piles de bouteilles et de boulets) et conduisant au Calcul des probabilités où le Calcul intégral reparaît très habilement avec la loi de Gauss. Signalons un dernier Chapitre sur le Calcul vectoriel considéré comme plus curieux que pratique mais qui sert tout au moins à présenter quelques synthèses avantageuses.

Je n'ai signalé ainsi que quelques idées semblant peut-être prises au hasard. Mais comment faire autrement sans tout citer ? Il y a naturellement une préface où M. Bouasse (probablement sans la collaboration de M. Turrière) égratigne légèrement ses collègues ! Mais c'est alerte et spirituel. Qui se plaindra de trouver une leçon un peu sincère, mais faite cependant avec belle humeur, à côté de tant et tant d'intérêt ?

A. Buhl (Toulouse).