démonstration élémentaire du théorème fondamental de la collinéation centrale.

Autor(en): **Hantos, L.**

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **14 (1912)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

férence de celles-ci, présentent à l'origine un *point d'arrêt*. Je crois que des phénomènes analogues, mais plus compliqués, se présenteront en d'autres courbes interscendantes, par exemple dans la courbe

$$y = \frac{x}{2\sqrt{2}}\left(ax^{\sqrt{2}} - \frac{1}{ax^{\sqrt{2}}}\right),$$

rappelée par M. Turrière et qui serait digne d'une étude détaillée au point de vue de la forme. On peut dire même en général que, si les courbes interscendantes ont été peu considérées, leur topologie est toute à faire...

G. Loria (Gênes).

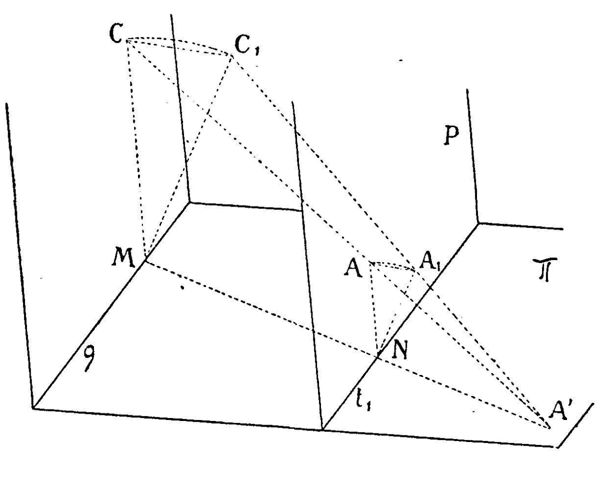
Une démonstration élémentaire du théorème fondamental de la collinéation centrale.

A propos d'un article de M. L. Crelier (Bienne).

Dans un article intitulé Les figures collinéaires (*L'Enseignement mathématique*, XIV^e année, p. 121), M. Crelier publie un chapitre de géométrie élémentaire avec le but de présenter la collinéation centrale d'une manière élémentaire. Dans ce qui suit, j'exposerai une démonstration élémentaire du théorème fondamental de la collinéation centrale, que M. Crelier avait aussi touché.

Le théorème est le suivant :

Deux figures collinéaires restent collinéaires si l'on fait tourner d'un angle quelconque le plan de l'une autour de l'intersection des deux plans. Le centre tourne en même temps et en même sens du même angle autour du premier axe secondaire.



Soit (fig) le point A' du plan π comme projection centrale du point A situé dans le plan P, relativement au centre C. Faisons tourner P d'un angle φ autour de t_1 et en même temps et dans le même sens du même angle le centre C autour de q ; t_1 — l'axe de collinéation — étant l'intersection de P et π ; q — le premier axe secondaire — étant l'intersection de π avec le plan mené par C parallèlement à P. Supposons que, par le mouvement de rotation, A soit venu en A_1 et C en C_1.

En désignant par M le centre de la circonférence décrite par C et par N celui de la circonférence décrite par A, nous constatons que les triangles CMC_1 et ANA_1 sont semblables, parce que tous les deux sont isoscèles et par condition $\sphericalangle CMC_1 = \sphericalangle ANA_1$. Et comme les triangles sont aussi semblablement situés, on a :

$$CC_1 \parallel AA_1, \tag{1}$$

De la similitude des triangles A'NA et A'MC on a :

$$A'A : A'C = NA : MC. \tag{α}$$

De même de la similitude des triangles ANA_1 et CMC_1 on a :

$$NA : MC = AA_1 : CC_1. \tag{β}$$

De (α) et (β) on obtient :

$$A'A : A'C = AA_1 : CC_1, \tag{2}$$

La relation (2) avec le résultat (1) dit que la ligne de jonction des points A_1 et C_1 passe par A'. Le théorème est donc démontré.

L. Hantos (Kecskemét, Hongrie)

Sur un certain développement en fraction continue.

A propos d'une communication de M. Baatard.

Au cours d'une communication présentée à Soleure (*Ens. math.*, 1912, p. 31-37), M. Baatard a signalé une propriété curieuse d'une famille de fractions continues qu'il ne serait peut-être pas inutile de mettre en lumière.

Soient a_0 le terme initial et $a_1, a_2, \dots a_m$ les quotients incomplets d'une période dans le développement en fraction continue de $\sqrt{A}$; je rappelle que $a_m = 2a_0$.

A ce terme initial et à la suite infinie des quotients incomplets répondent les réduites $\frac{p_1}{q_1} = \frac{a_0}{1}, \frac{p_2}{q_2}, \dots, \frac{p_{m+1}}{q_{m+1}}$, etc., qui convergent de plus en plus vers $\sqrt{A}$.