

# IV. – DEUXIÈME SÉANCE

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1911)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**Dépôt central de vente des publications concernant la Commission internationale.** — Au cours de cette séance, plusieurs délégués ont exprimé le vœu qu'il soit créé un dépôt central de vente des publications des sous-commissions nationales. Cela permettrait à ceux qui désirent acquérir un ensemble de fascicules de pays différents de n'avoir à s'adresser qu'à un seul libraire. Le cas se présentera sans doute fréquemment, car dans les milieux intéressés des divers pays on se proposera certainement d'examiner tel rapport spécial ou même d'acheter l'ensemble de toutes les publications.

*Le Comité central a obtenu le concours de l'un des éditeurs de L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE, la Maison GEORG & Cie, à GENÈVE (Corraterie, 10), qui veut bien se charger de ce dépôt.*

*Messieurs les Délégués sont priés d'en informer leur éditeur afin qu'il entre en relations avec la Maison GEORG & Cie, dès que les fascicules ou les volumes sont mis en vente.*

#### IV. — DEUXIÈME SÉANCE

*Mardi 19 septembre, à 4 heures.*

##### ORDRE DU JOUR :

Les mathématiques dans l'enseignement moyen ; rapports de la sous-commission A :

- I. *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.), de l'exposé systématique des mathématiques ?*
- II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.*

Discussion.

M. F. KLEIN, président, expose d'abord les deux questions mises à l'ordre du jour et dont la discussion a été préparée par une sous-commission dite A. — M. CASTELNUOVO a été chargé de rapporter sur la question A, I concernant la rigueur dans l'enseignement moyen, tandis que M. BIOCHE introduira la question A, II relative à la fusion des différentes branches mathématiques dans ce même enseignement.

##### A. I. — La rigueur dans l'enseignement mathématique dans les écoles moyennes.

M. CASTELNUOVO rapporte. Une discussion préliminaire a eu lieu la veille entre MM. les délégués au sujet de la question : *Dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes (lycées, collèges, gymnases, écoles réales, etc.) de l'exposé systématique des mathématiques ?* Pour diriger la discussion M. LIETZMANN avait proposé une classification des différents degrés de

rigueur et avait posé des questions<sup>1</sup> qui ont donné lieu à quelques remarques pour les différents pays. Il s'agit aujourd'hui de résumer ce premier débat et de porter la discussion devant le Congrès.

M. Castelnuovo accepte pour le moment la classification de M. Lietzmann; il veut cependant la préciser en quelques points pour éviter des malentendus. Il fait remarquer ensuite que si l'on veut établir une comparaison entre les méthodes d'enseignement employées dans les différents pays, en relation avec la dite classification, il faut fixer l'attention sur un même type d'écoles, et sur la même branche de mathématiques. Il convient de choisir dans ce but les gymnases (lycées) et l'enseignement de la géométrie.

Voici alors comment on peut classer les différents degrés de rigueur; pour rendre la classification plus claire, nous ferons suivre le numéro de la classe du nom de quelques auteurs qui emploient dans leurs traités la méthode indiquée.

A) *Méthode entièrement logique* (PEANO, HILBERT<sup>2</sup>, HALSTED). — Tous les axiomes sont posés; on discute leur indépendance; le développement ultérieur est rigoureusement logique. On ne fait aucun appel à l'intuition; les notions primitives (point, etc.) sont assujetties à la seule condition de satisfaire aux axiomes.

B) *Fondements empiriques, développement logique*. — De l'observation de l'espace réel l'on déduit les propositions primitives sur lesquelles est fondé le développement logique qui suit. — Il convient ici de distinguer trois sous-groupes :

B<sub>A</sub>) tous les axiomes nécessaires sont énoncés (SANNIA-D'OVIDIO, VERONÈSE, ENRIQUES-AMALDI).

B<sub>B</sub>) une partie des axiomes est énoncée (EUCLIDE, THIEME).

B<sub>C</sub>) on énonce seulement les axiomes qui n'ont pas un caractère absolu d'évidence (KAMBLÿ, MÜLLER).

C) *Les considérations intuitives s'alternent avec la méthode déductive* (BOREL, BEHRENDSEN-GÖTTING). — On recourt à l'évidence toutes les fois qu'il convient, sans qu'il résulte d'une manière précise ce que l'on admet et ce que l'on démontre.

D) *Méthode intuitive-expérimentale* (PERRY). — On présente les théorèmes comme des faits qui ont un caractère intuitif ou peuvent être démontrés par l'expérience, sans qu'on aperçoive le lien logique qui unit ces faits.

Si l'on examine maintenant quelles méthodes sont adoptées par les différents pays dans les écoles nommées, on arrive aux conclusions suivantes :

*Aucun pays n'adopte d'une façon systématique ni la méthode A),*

<sup>1</sup> Voir plus haut dans les « Travaux préparatoires ».

<sup>2</sup> On doit remarquer que le Mémoire bien connu de M. Hilbert n'a pas un caractère didactique, mais il a servi de base à l'ouvrage de M. HALSTED [qui vient d'être traduit en français par M. BARBARIN. (Paris, Gauthier-Villars.) — H. F.].

ni la méthode D), excepté naturellement quelques professeurs isolés qui ont fait des tentatives dans l'un ou l'autre sens.

*Les nations latines* (Italie, France, Suisse française) *préfèrent la méthode B*).

*Les nations allemandes* (Allemagne, Autriche, Suisse allemande) *s'approchent de la méthode C*).

*L'Angleterre qui était restée fidèle à Euclide (méthode B<sub>B</sub>) jusqu'à 1900, adopte maintenant dans la plupart de ses écoles la méthode B<sub>C</sub>, sous l'influence du mouvement qui a eu pour promoteur M. Perry.*

Manquent les renseignements concernant les autres nations, en particulier la Russie, l'Espagne. Pour les États-Unis d'Amérique, la sous-commission a reçu d'intéressantes observations rédigées par M. J. W. YOUNG (Chicago); elles seront reproduites plus loin.

La différence que l'on remarque entre ces différentes tendances pourrait être attribuée aux caractères qui distinguent les races latines des races allemandes; mais il est probable que les conditions économiques (en particulier l'industrialisme) ont aussi exercé une influence appréciable. Pour distinguer l'importance des facteurs qui ont déterminé le choix de l'une ou l'autre méthode, il conviendrait d'examiner l'évolution que ces méthodes ont subie dans les différents pays. Voici les renseignements qui sont donnés par M. Castelnuovo ou par quelques-uns des congressistes présents.

ITALIE :  $B_C \longrightarrow B_B \longrightarrow B_A$ .

Le premier passage a eu lieu en 1867, par l'effet d'une réforme des programmes due à MM. BRIOSCHI, BETTI et CREMONA. A présent se manifeste une réaction chez plusieurs professeurs qui aspirent à revenir à  $B_C$ .

FRANCE :  $B_B \longrightarrow B_A \longrightarrow C$ .

Le dernier passage correspond à une tendance plutôt qu'à une réalité.

ALLEMAGNE :  $B_B \longrightarrow B_C \longrightarrow C$ .

ANGLETERRE :  $B^B \longrightarrow B_C$ .

Les renseignements qui précèdent se rapportent particulièrement à la géométrie. Il faudrait reprendre l'enquête pour l'algèbre ou les autres branches d'enseignement secondaire des mathématiques.

Il faudrait encore préciser à quel âge dans les différents pays commence l'enseignement méthodique<sup>1</sup>.

Quelles difficultés rencontrent les élèves à suivre soit le développement logique, soit la méthode fondée sur l'expérience? Quels

<sup>1</sup> Pour l'Italie cet âge va de 13 à 15 ans.

procédés sont employés pour surmonter ces difficultés ? Quels sont les résultats que l'on obtient par l'une ou l'autre de ces méthodes, non seulement par rapport aux effets de l'école (profit, examens, etc.), mais, ce qui intéresse davantage, par rapport à l'étendue de la culture des élèves ?

Ce sont là autant de questions importantes que M. Castelnuovo signale à l'attention du Congrès.

DISCUSSION. — M. KLEIN fait remarquer qu'il existe une différence profonde entre les livres et l'enseignement effectif. Quant à la question de l'indépendance des axiomes, elle n'est pas résolue jusqu'au bout.

Nous nous limiterons ici aux écoles moyennes et en particulier aux gymnases. Dans les autres écoles, par exemple dans les écoles d'ordre professionnel, on se rattache à la catégorie D. Autrefois on prenait partout la même méthode B. Une transformation heureuse s'est effectuée dans le sens d'une meilleure adaptation de l'enseignement au but de l'école. On peut signaler, à titre d'exemple, les efforts faits par M. Andrade dans le domaine de l'enseignement destiné aux horlogers <sup>1</sup>.

M. VERONÈSE dit qu'en effet la catégorie A n'existe que pour les traités scientifiques tels que ceux de MM. Peano, Hilbert, Veronèse (*Fondamenti di Geometria*), etc., du reste la loi d'indépendance n'est encore démontrée complètement dans aucun des systèmes. Il ne saurait être d'accord avec M. Perry si celui-ci veut introduire sa méthode dans les écoles moyennes préparant à l'enseignement supérieur. Les mathématiques ont un côté éducatif, elles doivent aider à la culture de l'esprit. L'enseignement intuitif expérimental doit préparer à l'enseignement déductif. Mais les théorèmes dépendent des propositions admises dans les démonstrations et peuvent varier avec celles-ci ; aussi, afin qu'il y ait la rigueur nécessaire, il faut, pour la validité même des théorèmes, que les propositions admises sans démonstration (axiome ou non) soient évidentes et soient énoncées explicitement. Quant aux éléments d'Euclide on doit reconnaître que selon leur esprit ils appartiennent plus à la catégorie B<sub>a</sub>, qu'à la catégorie B<sub>b</sub> ; car si les axiomes n'y sont pas tous énoncés cela tient à la difficulté qu'il y avait au temps d'Euclide d'établir tous les axiomes.

D'autre part il peut y avoir de la rigueur dans un ouvrage de la catégorie C et moins de rigueur dans un manuel B<sub>A</sub>. Nous ne devons pas faire de la rigueur excessive dans l'enseignement moyen ; il faut que l'intelligence moyenne des élèves puisse comprendre. L'écolier doit être amené à posséder les principales propriétés et à voir les rapports qu'elles ont entre elles ; nous devons

<sup>1</sup> Congrès de Rome, 1908. — (Voir aussi son Premier Livre de la Géométrie naturelle, dans *L'Ens. math.*, 1908. — H. F.).

les amener à bien raisonner sans qu'ils s'en aperçoivent, l'écolier lui-même y trouvera une grande satisfaction.

Si l'industrialisme ou l'utilitarisme matériel avait en effet des influences prépondérantes dans l'enseignement des écoles moyennes, les mathématiciens devraient les combattre.

Quant aux manuels on ne peut pas juger de leur valeur d'après le nombre des exemplaires vendus.

M. D'OVIDIO estime qu'il est difficile de classer les méthodes et les livres et de reconnaître si la rigueur est parfaite. Il faut que la rigueur soit compatible avec l'enseignement; c'est donc une question très relative. Les auteurs doivent se tenir dans un juste milieu qui semble être indiqué par la catégorie  $B_A$  pour les établissements indiqués.

M. BOURLET apporte des renseignements purement objectifs sur ce qui se fait en France. Il n'est guère possible de faire ici un tableau exact; l'enseignement dépend de la classe. Pendant le premier cycle (Quatrième et Troisième) les élèves voient les faits géométriques, qu'ils étudient ensuite avec plus de précision pendant le deuxième cycle (Seconde et Première) puis une troisième fois dans la classe de mathématiques.

En France l'enseignement oral prévaut, le livre permet au professeur de donner des problèmes; c'est surtout sur les professeurs que le livre a une influence.

M. Bourlet montre l'évolution qui s'est faite depuis le traité de LEGENDRE ou ceux du type Legendre, remplacés ensuite par celui de ROUCHÉ et COMBEROUSSE, qui a servi pendant très longtemps. Puis on a constaté une crise due à l'industrie, comme l'a dit M. Castelnovo. La nécessité de développer l'enseignement secondaire a conduit à faire commencer plus tôt l'enseignement de la géométrie, mais alors les élèves n'ont pas compris et on a dû changer la méthode, c'est alors qu'on a introduit les nouveaux programmes de 1902 et 1905.

Il mentionne ici les efforts faits par Méray, dès 1874, introduisant une part expérimentale, sans une grande rigueur.

Le traité de Méray, qui est destiné uniquement aux maîtres, apporte une foule d'idées nouvelles et originales. Des essais ont été faits d'après cette méthode.

On sait que M. Bourlet a fait lui-même un manuel de géométrie élémentaire en développant certaines idées de Méray. La considération des groupes de rotation, de translation et d'homothétie lui permet d'éviter l'axiome d'Euclide. Son manuel, qui est destiné au premier cycle, rentre dans la catégorie C, mais l'auteur se propose d'en faire un pour la catégorie B et ensuite un autre pour la catégorie A. Il signale à ce propos les perfectionnements apportés à sa méthode par M. ROUSSEAU, dans un article publié dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mars 1909 (p. 81-97). En résumé il

estime que l'on doit chercher un même système de géométrie dans lequel l'exposé B pourrait se déduire de A, C de B et D de C; suivant l'âge de l'élève on prendrait successivement l'étude en allant de  $D \longrightarrow C \longrightarrow B \longrightarrow A$ .

M. HOBSON parle de la méthode et des manuels en usage en *Angleterre*. Ceux-ci ont en effet de la tendance à aller de la catégorie  $B_B$  à  $B_C$ . Les critiques qui se sont élevées contre l'emploi d'Euclide tiennent, non pas au défaut de la méthode, mais surtout à l'ordre des faits géométriques examinés. Il faut développer le raisonnement logique par une acquisition systématique des connaissances géométriques, mais il n'est pas nécessaire d'avoir un système de postulats et d'axiomes. Il est d'accord avec M. Veronese pour ce qui est des idées de M. Perry; elles ne fournissent pas de méthodes générales.

M. DINTZL (Vienne) apporte des renseignements concernant l'*Autriche*. Faute de temps, il doit se borner aux points caractéristiques qu'il développe ensuite par écrit pour ce compte rendu.

Dès 1849 les manuels se rattachent à la catégorie C, et aujourd'hui encore c'est le système dominant dans l'enseignement mathématique des écoles moyennes autrichiennes; ce système est étroitement lié à l'enseignement graduel qui caractérise le plan d'études en Autriche.

Dans les trois années du degré inférieur l'enseignement a un caractère purement *propédeutique*; les notions et propositions sont presque exclusivement tirées de l'*intuition*; par cela même l'intuition en est fortifiée et les élèves sont ainsi amenés à dessiner, mesurer, construire des modèles. Ce n'est guère qu'exceptionnellement, (par exemple au sujet du théorème de Pythagore) que des déductions très courtes sont introduites.

Dans la quatrième année, où les élèves entrent vers 13 ou 14 ans, l'enseignement arithmétique débute par une exposition des lois régissant les opérations et des rapports des opérations entre elles. Le champ des études géométriques de cette classe comprend la planimétrie. A côté de l'intuition on introduit ici graduellement le raisonnement logique qui, surtout dans les dernières années, tend à prévaloir, sans toutefois supplanter complètement l'intuition. Les programmes officiels disent à ce sujet qu'en géométrie le raisonnement rigoureux ne doit être exposé complètement que pour quelques théorèmes isolés et qu'en arithmétique les notions sur les rapports des opérations entre elles seront obtenues au moyen des équations de condition.

Cela n'implique cependant aucunement qu'en géométrie il ne puisse être parlé d'axiomes ou qu'en arithmétique on doive exclure, par exemple, les principes à la base de l'addition, de la multiplication, etc. De la manière dont la notion de fonction et les éléments du calcul infinitésimal sont traités, il ressort nette-

ment que l'intuition joue un rôle également dans les degrés supérieurs. Ces notions sont en effet introduites en faisant un usage fréquent de la représentation géométrique. Le niveau de l'enseignement n'est cependant nullement rabaissé par l'importance marquée donnée à l'intuition ; il est aisé de s'en rendre compte par l'étude de la série de manuels autrichiens modernes (consulter les Rapports autrichiens, spécialement ceux qui concernent l'enseignement mathématique dans les écoles réales (fasc. 1), les gymnases (fasc. 3), ainsi que le rapport sur les manuels mathématiques (fasc. 5)).

Le système C est d'ailleurs celui qui, mieux que tout autre, satisfait à la condition psychologique d'adapter constamment l'enseignement au développement intellectuel de l'élève. Au reste, il convient de mentionner que pour les écoles moyennes autrichiennes on insiste spécialement sur le fait que l'enseignement des mathématiques doit s'adapter à la force moyenne des élèves et non aux facultés de quelques élèves particulièrement bien doués pour les mathématiques.

M. LIETZMANN nous adresse par écrit les renseignements qu'il n'a pu donner à la séance, faute de temps. — En *Allemagne* il n'est pas usage, comme dans la plupart des grands États, de répartir l'enseignement de la géométrie en deux cycles, dont le second part de nouveau des notions fondamentales. Il est vrai que le cours proprement dit est généralement précédé d'un enseignement propédeutique ; mais celui-ci est très court, de quelques semaines à un an. Les élèves commencent ainsi l'étude systématique à 11 ou 12 ans environ. Dans ces conditions — et c'est ainsi depuis plusieurs décades — l'enseignement doit nécessairement tenir compte du jeune âge des élèves et procéder suivant la méthode C. Toutefois les manuels, tout au moins les anciens, appartiennent presque tous aux catégories  $B_b$  et  $B_c$ . Ils procèdent d'une façon indépendante des chemins que suit la méthode d'enseignement, de manière à pouvoir encore être utilisés plus tard pour des retours en arrière. Dans ce but les fondements sont établis avec toute la rigueur possible dans ce domaine et les théorèmes sont développés le plus possible par la méthode déductive.

Tout récemment cependant on a fait paraître des ouvrages méthodiques qui s'adaptent davantage à l'enseignement donné et qui suivent par conséquent la méthode C. Cela tient à ce que l'on tend à étendre encore l'emploi de la méthode intuitive en tenant compte du développement psychologique de l'élève.

Dans tous les cas il faut faire remarquer que, dans les degrés supérieurs, on ne revient pas d'une manière systématique aux fondements, sauf quelques exceptions où l'on a essayé d'examiner quelques questions relatives aux fondements, par exemple l'indépendance des axiomes. En *Allemagne* les élèves terminent



de bonne heure (à 15 ou 16 ans) le programme de géométrie qui, dans la plupart des pays, est limité au champ des éléments d'Euclide. Pendant les deux ou trois dernières années ils abordent des domaines plus modernes, tels que la géométrie analytique et synthétique des sections coniques, la géométrie descriptive, etc.

Pour tout ce qui touche à la rigueur, il me semble qu'il faut attribuer une importance fondamentale à la question de l'enseignement par cycles, c'est-à-dire si l'on enseigne la Géométrie en un ou deux cours, ou même en trois, comme en France. Peut-être que le prochain congrès pourra examiner de plus près la question et étudier en même temps les raisons d'ordre psychologique.

ETATS-UNIS. — M. J.-W.-A. YOUNG (Chicago), membre de la Sous-commission A, a bien voulu envoyer une Note fournissant des renseignements concernant les *Etats-Unis*. Les lecteurs la trouveront annexée à la fin du compte rendu de cette séance.

REMARQUES DE M. F. ENRIQUES. — Au sujet de la distinction établie entre le point de vue logique et le point de vue intuitif, M. Enriques croit qu'il convient d'appeler l'attention de la Commission sur la différence entre la méthode *intuitive* et la méthode *expérimentale*. Il est très remarquable que parmi les partisans de la méthode expérimentale se trouvent souvent des logiciens. C'est ainsi que — chez nous — le regretté VAILATI était surtout adversaire de l'appel à l'intuition, mais il voulait d'un côté la rigueur logique, de l'autre côté le développement de véritables expériences géométriques. Dans la même situation se trouve peut-être en partie l'école de PEANO. En Danemark, le traité de BONNESEN donne aussi un exemple remarquable de liaison entre une véritable rigueur logique et l'emploi de l'expérience. Il y a lieu de tenir compte de ces faits dans la classification proposée.

## A. II. — La question de la fusion

### des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.

Nous reproduisons ici le résumé rédigé par M. Ch. BIOCHE, rapporteur. Dans cet exposé l'auteur tient compte des remarques fournies par la discussion à laquelle ont pris part MM. LIETZMANN, LAZZERI, VERONÈSE, CASTELNUOVO, d'OVIDIO, BOURLET et KLEIN.

M. Bioche précise d'abord ce qu'on entend par les tendances *puriste* et *fusionniste*.

Les *puristes* évitent d'introduire en arithmétique la considération des grandeurs concrètes, et d'employer le calcul en géométrie; ils traitent séparément les questions de géométrie plane et celles de géométrie de l'espace; bref, ils séparent rigoureusement les divers domaines.

Les *fusionnistes*, au contraire, exposent la théorie des grandeurs proportionnelles en prenant des exemples géométriques; ils utilisent les représentations graphiques en arithmétique ou en algèbre, et les formules de trigonométrie en géométrie; ils n'attendent pas, pour aborder les questions de géométrie de l'espace, que tout le programme de géométrie plane soit traité.

On ne peut donner que des indications un peu vagues sur la question, non seulement parce qu'il y a une grande variété de programmes et de méthodes d'un pays à un autre, mais surtout parce que la fusion de deux matières d'enseignement peut être faite à des degrés très divers; de plus, dans bien des cas, lorsque les programmes s'opposent plus ou moins complètement à une fusion, un certain nombre de professeurs regrettent cet état de choses et tâchent de faire de la fusion dans leur enseignement.

Enfin on peut pratiquer la fusion pour certaines matières sans la pratiquer pour d'autres. Je distinguerai donc différents cas, comme le proposent MM. Fehr et Lietzmann dans les deux lettres aux membres de la Sous-commission A pour préparer nos travaux.

a) *Algèbre, ou Arithmétique, et Géométrie*. Dans la plupart des pays il y a fusion; notamment les représentations graphiques sont très employées en arithmétique et en algèbre. En Allemagne, en Autriche et en Suisse on fait en outre de la Géométrie analytique pendant un an. Dans certains pays, l'Italie notamment, où la fusion n'est pas ordinairement employée, elle l'est cependant dans les écoles techniques (écoles réales).

b) *Planimétrie et Stéréométrie*. En général ces deux enseignements sont complètement séparés, sauf pour les classes de début, parce que les programmes s'y opposent. Mais on sait qu'il a paru de remarquables ouvrages de géométrie *fusionniste*, notamment ceux de M. MÉRAY en France et de M. LAZZERI en Italie qui vient d'être traduit en allemand par M. TREUTLEIN. En Allemagne il a paru déjà en 1844 un ouvrage fusionniste, celui de BRETSCHNEIDER; c'est sans doute le plus ancien.

Le livre de M. Méray<sup>1</sup>, qui est resté longtemps presque inaperçu en France, a eu un grand succès ces dernières années; il a été utilisé surtout dans les écoles normales primaires ou dans les écoles techniques. Les programmes de l'enseignement secondaire séparent nettement la géométrie plane et la géométrie de l'espace pour les classes de II<sup>e</sup> et de I<sup>re</sup> C et D où se donne le premier enseignement logique de la géométrie.

Les *Elementi di Geometria* de M. Lazzeri<sup>2</sup> reproduisent les leçons faites par l'auteur aux élèves de l'Académie navale de Livourne.

<sup>1</sup> La 1<sup>re</sup> édition a paru en 1874.

<sup>2</sup> La 1<sup>re</sup> édition a paru en 1831; auparavant les leçons de M. Lazzeri avaient été lithographiées.

Ce livre, écrit sous l'entrave d'un programme officiel, fut approuvé par divers mathématiciens. La Société *Mathesis* provoqua une enquête d'où il résulta que les mathématiciens italiens étaient partagés en deux groupes presque égaux sur la question de la fusion. La société exprima, à l'unanimité, le vœu que les programmes fussent rédigés de façon à laisser les professeurs libres de suivre la méthode qu'ils jugeraient la meilleure. Des programmes rédigés dans ce sens par M. d'Ovidio parurent en 1900 et permirent des expériences de méthodes fusionnistes. Mais des programmes publiés quatre ans plus tard ont arrêté les essais déjà commencés.

c) *Planimétrie et Trigonométrie*. Dans la plupart des pays, il y a séparation complète entre ces deux matières. En France, au contraire, la fusion se fait; certains programmes mentionnent expressément des notions de trigonométrie au milieu d'un ensemble de questions relatives aux propriétés métriques.

d) *Stéréométrie et Géométrie descriptive*<sup>1</sup>. Ces enseignements sont en général séparés: quelquefois même ils ne sont pas donnés par le même professeur.

En *Autriche* l'enseignement de la Géométrie descriptive est associé à celui de la Géométrie dans l'espace, et utilisé pour ce dernier. M. DINTZL nous adresse sur cette question quelques renseignements complémentaires. Dans les *Realschulen* ce n'est que dans la IV<sup>e</sup> classe qu'il y a fusion entre le Dessin géométrique (cette matière n'est appelée Géométrie descriptive que dans les trois classes supérieures) et la Stéréométrie, puisque pour la théorie des projections les conceptions et les théorèmes de stéréométrie doivent nécessairement trouver place dans l'enseignement. Dans les classes supérieures, la Géométrie descriptive est une matière autonome et comme telle séparée de la Stéréométrie qui se trouve, dans la V<sup>e</sup> classe, principalement consacrée à l'évolution des surfaces et des volumes. Il y a quelque chose de semblable dans les *Realgymnases* dans lesquels la Géométrie descriptive n'est enseignée que pendant deux ans, et en même temps est séparée de la Stéréométrie dans la V<sup>e</sup> classe. Sans doute il doit y avoir entre les deux matières, dans les classes citées, une étroite dépendance. Mais on n'a pas encore une longue expérience puisque les *Realgymnases* sont nés en 1907. Au *Gymnase* on peut parler d'une fusion puisqu'on illustre l'enseignement de la Stéréométrie par des projections parallèles en plan et élévation, ou des projections obliques de corps simples. Cependant cet enseignement ne tire pas davantage parti du dessin stéréométrique pour ce qui est l'objet de la Géométrie descriptive dans les *Realgymnases* et les *Realschulen*.

<sup>1</sup> En Italie l'enseignement de la Géométrie descriptive ne se donne, d'une manière systématique, qu'aux Universités ou dans des écoles techniques supérieures.

e) *Géométrie synthétique et Géométrie analytique des coniques.*  
On trouve tous les modes imaginables relativement à cette question.

En Autriche, par exemple, on étudie analytiquement les coniques. En France, on les étudie synthétiquement, tout en établissant les équations réduites; c'est généralement en utilisant l'équation réduite de l'ellipse qu'on démontre que cette courbe est projection orthogonale du cercle. En Angleterre, on fait une étude synthétique et une étude analytique séparées.

En Allemagne on étudie les coniques synthétiquement et analytiquement, en général d'une manière séparée, dans les derniers temps souvent ensemble. En Italie, les coniques sont étudiées seulement dans les instituts techniques (Oberrealschulen), en les regardant comme sections du cône de rotation.

Il peut être intéressant de faire la remarque que c'est surtout dans les enseignements techniques que se pratique la fusion de divers enseignements.

## ANNEXE

### Rapport adressé à la Sous-commission A

par J. W. A. YOUNG (Chicago).

INTRODUCTION. — Je traiterai les questions proposées en partie en me plaçant au point de vue du sujet mathématique et de l'âge de l'élève, sans prendre en considération les conditions spéciales de nation ou d'organisation éducative, et en partie en me plaçant au point de vue des conditions locales d'Amérique. Relativement à ce dernier point, il est nécessaire de rappeler très brièvement certains caractères de l'organisation américaine qui doivent être pris en considération pour savoir si les procédés mis en évidence dans les questions proposées sont praticables ou non dans les conditions américaines.

Alors qu'en Allemagne ou en France, l'élève passe neuf années dans un même établissement (*gymnase, lycée*) sous le même corps enseignant, les maîtres de mathématiques étant tous préparés à l'enseignement des parties les plus avancées du programme, et travaillant tous vers un même but, en Amérique, ces neuf années sont réparties entre *trois différents types d'établissements*, ayant des buts différents, une organisation différente, des méthodes différentes et des maîtres différents, de préparation mathématique très différente.

*Cinq années* (entrée minimum normale de 9 à 13 ans inclus) se passent dans les écoles élémentaires (Elementary Schools). On y enseigne l'arithmétique (Rechnen, calcul), un peu de géométrie d'observation et la mesure des figures géométriques. Le maître (presque toujours une maîtresse) a rarement poussé sa préparation mathématique au delà d'une année d'algèbre élémentaire et d'une année de géométrie, et souvent même pas si loin. Cet unique maître, du reste, enseigne également les autres branches d'étude et n'a pas d'aptitude ou de préparation spéciale pour enseigner l'arithmétique plutôt que l'anglais, l'histoire, la géographie, etc.

*Trois années* (entrée minimum normale de 14 à 16 ans) se passent à l'école supérieure dite *High School*. Ici, l'algèbre élémentaire (équations du second degré) et la géométrie plane et de l'espace sont enseignées par un maître (probablement dans la majorité des cas une maîtresse) dont la préparation mathématique n'a pas dépassé, à part quelques rares exceptions, un cours d'une année sur le calcul différentiel et intégral (*calculus*) et le plus souvent ne va même pas jusque là. L'enseignement des mathématiques se fait par un spécialiste dans ce domaine, ou bien par un maître pouvant enseigner les mathématiques et un autre sujet — comme par exemple la physique, — quoiqu'il arrive souvent que des classes mathématiques sont confiées à des maîtres dont les spécialités sont des sujets n'ayant aucune relation avec les mathématiques.

*Une année* (entrée minimum normale 18 ans<sup>1</sup>) se passe au *collège*. Ici, les compléments d'algèbre, la trigonométrie, les éléments de géométrie analytique et quelquefois d'analyse sont enseignés par un professeur (presque toujours un maître, excepté dans les collèges de jeunes filles) qui, dans les meilleurs établissements possède souvent le titre de docteur en mathématiques.

Par ce bref aperçu, on se rend facilement compte que les questions de savoir si une transformation est désirable théoriquement et si cette transformation est réalisable pratiquement, peuvent recevoir, si l'on se place dans les conditions de l'Amérique, des réponses tout à fait différentes.

A. — *L'influence de l'exposition systématique des mathématiques dans l'instruction secondaire.*

I. — *Jusqu'à quel point, dans quelle mesure peut-on tenir compte, dans les écoles moyennes de l'exposé systématique des mathématiques ?*

J'expliquerai tout d'abord sur quelle interprétation des termes de la question ma réponse est basée. Par « écoles moyennes » j'entends les neuf années mentionnées ci-dessus. Par « exposition systématique des mathématiques » j'entends leur présentation

<sup>1</sup> L'école supérieure (High School) comprend quatre années, mais l'élève ne fait généralement pas de mathématiques durant la quatrième année.

méthodique (*formal*), de façon à placer en première ligne leur organisation logique et à présenter en une suite convenable un enchaînement complet de définitions, d'axiomes et de théorèmes. Et finalement, j'entends que « tenir compte » ne concerne pas seulement l'« exposition systématique » proprement dite qui se fait en classe même et qui est relative au domaine des mathématiques, mais aussi l'influence indirecte que de telles expositions pratiquées ailleurs dans la sphère d'influence du professeur (par exemple dans les conférences universitaires et dans les publications) peuvent avoir sur l'instruction secondaire.

Dans ce dernier ordre d'idée, le travail de l'école moyenne peut et devrait tenir compte d'une façon complète de l'exposition systématique des mathématiques. Lors de sa préparation académique, le professeur devrait non seulement s'être rendu maître de l'exposition systématique de nombreux domaines des mathématiques supérieures, mais aussi de l'exposition systématique et critique du champ entier du programme secondaire, en même temps que des sujets de mathématiques supérieures qui s'y rapportent. Le premier genre d'exposition systématique a toujours été amplement fourni par les universités, et il est heureux de constater que des cours concernant le second genre d'exposition systématique commencent à s'introduire dans diverses universités. Puisse leur nombre augmenter rapidement ! La grande majorité des étudiants en mathématiques de l'université (du moins en Amérique) deviennent plus tard maîtres dans l'enseignement secondaire tel qu'il a été défini plus haut, et bénéficieront grandement d'une exposition systématique de la construction logique des divers domaines des mathématiques secondaires, présentée avec toute la largeur de vue et la perspicacité voulues du professeur universitaire. Naturellement, je n'ai en vue ici que le côté théorique, sans penser à des questions méthodiques ou didactiques quoique l'université, à mon avis, pourrait bien s'occuper également de questions de ce genre, du moins incidemment.

Une fois le maître à son travail d'enseignement, il devrait se tenir au courant des progrès concernant le côté systématique de son domaine. Ici également, l'université peut être d'une grande utilité, soit par des cours concernant l'enseignement, destinés aux maîtres de l'enseignement secondaire et que ceux-ci pourront suivre dans les heures disponibles, soit par des publications ayant pour but de les tenir au courant de ce qui se fait. Il est encourageant de remarquer qu'à cet égard aussi, il existe de nombreux exemples excellents, bien dignes d'émulation.

Admettons donc que le maître possède lui-même une préparation systématique complète et actuelle des sujets qu'il enseigne, occupons-nous maintenant de la façon dont cette connaissance devrait affecter son enseignement.

Il va sans dire que son enseignement devrait être construit sciemment sur un système logique, un squelette bien articulé supportant l'organisme mathématique ; mais il ne s'ensuit pas que l'élève devrait avoir conscience de ce squelette supportant le corps de la doctrine mathématique, telle qu'elle est exposée dans les établissements secondaires, pas plus qu'il n'est conscient du squelette supportant le corps de son propre maître. Les enfants peuvent facilement s'effrayer si on leur présente prématurément un squelette. L'organisation systématique est un événement relativement tardif dans le développement scientifique. Tout d'abord, les faits concrets sont acquis ; puis, de ces faits concrets, on déduira le corps de doctrine, sous la forme de théorèmes plus ou moins isolés ; finalement, le corps de connaissance abstraite est organisé en une entité systématique.

Par conséquent, il semble que les débuts devraient se faire d'une façon concrète, aussi bien dans l'enseignement secondaire en général que dans le travail d'une année particulière ou dans l'exposition d'un sujet spécial quelconque ; les procédés abstraits (abstraits relativement à la maturité et au degré d'avancement de l'élève) n'apparaissant que pour éviter de trop nombreuses répétitions concernant des exemples concrets essentiellement pareils. Le but de l'enseignement de la classe n'est pas de faire des mathématiques abstraites, mais plutôt des mathématiques présentant par-ci par-là des procédés *abstraites*. Herbert Spencer a fait remarquer très justement (*Education*, chap. II) que « les hommes s'imaginent que les formules générales inventées par eux pour exprimer des groupes de détails et qui simplifient leurs conceptions par la représentation de plusieurs faits par un seul, que ces formules doivent également simplifier les conceptions d'un enfant. Ils ont oublié qu'une généralisation n'est simple qu'en comparaison de tout l'ensemble des vérités particulières qu'elle comprend, qu'elle est plus complexe que l'une quelconque de ces vérités prise séparément... et que, pour un esprit ne possédant pas ces vérités particulières, elle est un mystère. Confondant ainsi deux genres de simplification, les maîtres se sont constamment trompés en débutant par les « premiers principes ». »

En se plaçant au point de vue de l'élève, l'organisation systématique est un résultat plutôt qu'un point de départ de l'enseignement, et, tandis qu'il poursuit son programme d'année en année, sa maturité croissante et ses connaissances mathématiques de plus en plus étendues lui fournissent de mieux en mieux la base nécessaire à l'organisation formelle de cet ensemble de faits en un système cohérent.

Nous devrions peut-être considérer également la question en donnant simplement à l'« exposition systématique » l'interprétation beaucoup plus étroite d'une exposition de laquelle l'intuition

est rigoureusement exclue, et où le corps de doctrine complet est construit sur un ensemble de définitions et de postulats formulés explicitement.

Pour ce qui concerne l'enseignement secondaire, il ne me semble pas bon d'essayer d'en exclure l'intuition, quel que soit le degré d'avancement auquel on est parvenu ; ou de restreindre ou d'entraver d'une façon quelconque la liberté d'avoir recours à l'intuition. Les recherches de caractère non-intuitif qui se sont faites durant ces dernières dizaines d'années ont eu, il est vrai, une importante répercussion sur l'enseignement secondaire, et, par conséquent, le maître devrait avoir pris connaissance de leurs résultats généraux et les avoir étudiées d'une façon suffisamment détaillée pour en avoir saisi l'esprit. Mais cette répercussion n'est pas de nature à justifier un usage moins fréquent de l'intuition en classe et une tendance plus effective à la rigueur formelle ; tout au contraire. Le maître n'a qu'à examiner par exemple une suite de postulats indépendants de la géométrie plane, pour se rendre compte qu'il serait absolument impraticable de les présenter en classe. Il y trouvera des axiomes et des théorèmes qui jusqu'alors ont été tacitement acceptés en classe et qui sont si évidents intuitivement que leur mention en classe ne ferait que désorienter l'élève.

Par exemple <sup>1</sup> :

« Les termes non définis sont « point » et « ordre ».

*Axiome I.* Il existe au moins deux points distincts.

*Axiome II.* Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils sont dans l'ordre CBA.

*Axiome III.* Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils ne sont pas dans l'ordre BCA.

*Théorème 1.* Si des points A, B, C sont dans l'ordre ABC, ils ne sont pas dans l'ordre CAB. (Preuve par les axiomes II et III).

*Théorème 2.* L'ordre ABC implique que A est distinct de B, et B de C.

• *Théorèmes subséquents.*

*Théorème 5.* Si DE est une ligne, il existe un point F non situé sur cette ligne.

*Théorème 6.* Entre deux points distincts quelconques il existe un troisième point.

Ces axiomes et ces théorèmes sont cités pour montrer combien les propositions, dont on peut déduire toutes les autres, sont peu nombreuses et simples, et combien la campagne qui doit être menée, même à l'heure actuelle, contre cette idée « de ne pas admettre sans démonstration ce qui peut être prouvé » est futile. Ils montrent clairement qu'il est impraticable d'énumérer en géo-

<sup>1</sup> VEULEN, *Trans. Am. Math. Soc.*, 1904, p. 343 et suiv.



métrie élémentaire tous les axiomes qui y sont en usage, et que ces derniers ne doivent pas être réduits à ceux qui sont indémontrables par le moyen des autres. Il ne faut même pas chercher de preuves pour justifier la validité de ces axiomes. Il est suffisant qu'ils soient valides relativement à la géométrie concrète du monde qui nous entoure; et, du reste, ce sont des vérifications spéciales de ce genre qu'utilisent en guise de preuve, les auteurs sur ce sujet, pour établir la validité et l'indépendance de leurs axiomes. Les récentes recherches sur les axiomes condamnent, une fois pour toutes, tout espoir d'enseigner à l'enfant une géométrie logiquement parfaite dans laquelle tous les résultats sont déduits d'un ensemble de principes fondamentaux irréductibles, et avec cet espoir disparaît la raison d'adhérer plus longtemps à cette apparence d'un tel système déductif rigoureux.

Le maître qui comprendra la juste portée de ces recherches, accordera pleine liberté à l'intuition, acceptant sans démonstration tout ce qui est suffisamment évident par intuition; il acceptera tacitement quelques-uns de ces postulats ou axiomes, il en citera d'autres à titre d'informations, en les faisant précéder d'un « sans doute » ou d'un « il est évident que », enfin il en présentera peut-être encore quelques-uns d'une manière formelle, en tant qu'« axiomes ». Il débutera par des théorèmes suffisamment compliqués pour nécessiter une démonstration aux yeux de l'élève, il s'écartera à volonté des formes traditionnelles, fera librement usage du mouvement (superposition, translation parallèle, rotation autour d'un point ou d'un axe) dans les définitions ou démonstrations, chaque fois qu'il sentira qu'en opérant ainsi il simplifie les choses, et, dans tout cela, il ne s'effrayera pas du fait que son système pourra présenter une certaine redondance, mais il se déclarera satisfait à la pensée que les démonstrations qu'il aura données dans son enseignement seront de véritables preuves, aussi bien comme étant des conséquences légitimes de l'ensemble des propositions primitivement admises, que comme assurant l'élève de la justesse de propositions qui ne lui sont pas autrement évidentes.

Passant aux questions secondaires, il semble inutile d'ajouter quelque chose aux questions *a)*, *b)*, *c)*. Relativement à la question *d)*, j'ajouterai qu'en ce qui concerne l'Amérique, les maîtres (exceptés ceux qui enseignent dans les collèges) n'ont eux-mêmes qu'une faible connaissance des développements modernes des mathématiques, et par conséquent, ces idées n'ont pas encore eu d'influence bien marquée sur l'enseignement secondaire du pays en général. Il existe cependant un fort contingent, toujours croissant, de maîtres qui profitent des facilités qui leur sont offertes par les cours d'été des universités et collèges, par les assemblées des diverses associations de maîtres, et par les livres et publications périodiques, pour approfondir leurs connaissances

mathématiques et pour se mettre en contact avec les idées modernes.

Deux propositions, en outre, qui ont été présentées dans les discussions récentes, quoique ne concernant pas des développements mathématiques absolument modernes, ont été acceptées avec approbation. L'une d'elles est relative à la plus grande attention à accorder aux applications des mathématiques aux sciences physiques et à la vie pratique, et l'autre à la plus grande importance à attribuer à la notion de fonction (y compris la représentation graphique des fonctions sur papier quadrillé).

II. *La question de la fusion des différentes branches mathématiques dans l'enseignement moyen.*

Conformément à la circulaire de M. H. Fehr, secrétaire-général, j'examinerai les cas suivants :

a) *Algèbre et géométrie.* — En Amérique, l'enseignement de ces deux branches a été et est encore l'extrême opposé d'une fusion. Les sujets sont enseignés dans des années séparées, et lorsqu'on étudie l'un, l'autre est complètement laissé de côté. L'algèbre est généralement commencée dans la première année de l'école supérieure (*High School*) (la sixième année de la période de neuf années désignée plus haut par le terme de « moyenne ») et est enseignée durant toute cette année. L'année suivante la géométrie plane est commencée et achevée. On y fait aucun usage des connaissances algébriques acquises l'année précédente. L'année d'après on reprend l'algèbre pour un semestre et pendant le second semestre on étudie la géométrie de l'espace toute entière. L'enseignement de l'algèbre ignore les connaissances de géométrie plane de l'élève et l'enseignement de la géométrie de l'espace, de même, ne tient pas compte de ses connaissances algébriques. Durant ces dernières dix années environ, quelques établissements se sont écartés du plan d'étude qui vient d'être cité et ont fait diverses tentatives de fusionner le programme d'algèbre et de géométrie des deux premières années de l'école supérieure (*High School*) (la sixième et la septième année de la période « moyenne ») en un cours unique et « cohérent » de « mathématiques ». Ce travail de fusionnement en est encore à sa période expérimentale et il serait trop tôt de parler de son introduction probable dans l'enseignement.

L'enseignement simultané de l'algèbre et de la géométrie, à la place de leur enseignement successif, a été également proposé, mais n'a été entrepris jusqu'à présent que par un très petit nombre d'établissements<sup>1</sup>. Il me semble que ce devrait être la prochaine démarche à entreprendre par les *High Schools* améri-

<sup>1</sup> Je pourrais ajouter qu'étant donné l'absence générale de législation centrale, il est possible pour la grande majorité des écoles d'introduire une transformation de ce genre dès qu'elles le désirent.

caines. Cette juxtaposition des deux branches est facilement réalisable dans les conditions actuelles, et rendrait possible la plupart des fusions désirables, sans exiger la complète réorganisation du travail que nécessiteraient ces dernières.

Personnellement, je ne puis, quant à présent, m' enrôler parmi les avocats de la fusion. Je crois fermement que l'enseignement simultané de l'algèbre et de la géométrie est préférable à leur enseignement séparé tel qu'il a lieu en Amérique. L'expérience du monde en général justifie amplement cette façon de penser et il est inutile de discuter la question ici. Un enseignement simultané offre la possibilité de faire un fréquent usage des méthodes de l'une des branches dans l'étude des questions qui se présentent dans l'autre branche, et l'on devrait s'efforcer, spécialement en Amérique, de faire usage de ces possibilités. J'aimerais qu'on enseigne ces deux branches comme deux domaines coordonnés des mathématiques, pouvant mutuellement se rendre des services, et je pense que le mur impénétrable qui les a si longtemps séparées en Amérique devrait être abattu, ou qu'on y ménage des portes en quantités suffisantes pour qu'il soit possible de passer à volonté d'un domaine dans l'autre. Mais, la disparition du mur ne changera pas le caractère essentiel des domaines. Si l'un de ces domaines était une plaine et l'autre une colline, ils resteraient ce qu'ils étaient, une fois le mur abattu. S'ils sont suffisamment peu élevés, il sera peut-être possible de les graduer tous deux en une pente uniforme, mais une pareille uniformité pourrait ne pas être désirable même en cas de possibilité.

Il me semble que les domaines de l'algèbre et de la géométrie sont essentiellement différents, aussi bien dans le fond que dans la méthode, et que ces différences sont suffisantes pour exclure la possibilité d'une fusion des deux en un tout unique qui ne serait ni de l'algèbre ni de la géométrie, mais une combinaison réelle des deux. Du reste, même en admettant la possibilité, cette fusion ne m'apparaît pas comme désirable. Ce serait une perte réelle, si quelqu'un réussissait à fusionner ces deux domaines et méthodes de pensée, chacun si vivant et si bien caractérisé, en une combinaison neutre. Je veux bien que mon roast beef et mon dessert me soient servis dans un même dîner, mais je ne désire nullement qu'on les mélange en un seul mets.

b) *Planimétrie et stéréométrie* ;

c) *Planimétrie et trigonométrie* ;

d) *Stéréométrie et géométrie descriptive*. — Je n'ai pas étudié avec suffisamment d'attention la question de la fusion de ces couples de branches pour pouvoir donner beaucoup de renseignements importants sur ce sujet. A ma connaissance, aucune tentative sérieuse concernant des fusions de ce genre n'a été faite en Amérique, et quelque importants que soient leurs mérites théo-

riqués, il serait encore prématuré de les introduire dans ce pays. Pour un Américain, la question de savoir si la fusion de ces branches est désirable ou non, est d'un ordre entièrement abstrait, c'est pourquoi cette question devra probablement laisser la place à d'autres, concernant des transformations qui pourraient être entreprises plus rapidement en cas de besoin. Au point de vue abstrait, et en me basant sur des considérations d'ordre fortuit, je ne suis nullement convaincu qu'il soit désirable de fusionner ces sujets durant les premières années.

Ce serait cependant une excellente idée de réunir, dans les leçons de géométrie dans l'espace, différents groupes de théorèmes analogues de géométrie plane et de l'espace. Ceci pourrait se faire à la fin du cours de géométrie dans l'espace, lors d'un résumé et d'une révision des deux sujets.

Il serait aussi avantageux peut-être de définir les fonctions trigonométriques d'angles aigus lors de l'étude des triangles rectangles semblables, et d'introduire l'usage des tables des valeurs naturelles de ces fonctions à propos de la résolution des triangles rectangles. On pourra ensuite généraliser les définitions au cas d'angles obtus, démontrer géométriquement les formules nécessaires pour la résolution des triangles quelconques, et les utiliser à la résolution de problèmes simples. Lorsque l'algèbre et la géométrie sont enseignées simultanément, on pourra commencer l'étude des logarithmes en algèbre, un peu avant l'étude des fonctions trigonométriques, ce qui permettra également de faire usage des tables trigonométriques relativement à ces fonctions. Cette mesure concernant l'étude des fonctions trigonométriques semble être avantageuse comme venant compléter le programme de géométrie plane, mais je suis loin d'être un ardent partisan de l'introduction trop rapide des parties plus générales du sujet, comme par exemple la définition des angles positifs et négatifs de grandeur quelconque et des fonctions trigonométriques de ces angles, la démonstration générale des relations entre les fonctions d' $x$  et celles des angles du type  $\frac{n\pi}{2} + x$ , les formules d'addition et leurs conséquences, etc. Il serait plus prudent de réserver cette partie qui est généralement enseignée sous le titre de « trigonométrie » pour la dernière année par exemple de la période moyenne.

e) *Géométrie synthétique et Géométrie analytique des sections coniques.* — A ma connaissance, aucune tentative de fusionnement de ces deux genres d'étude n'a été faite en Amérique. On est généralement d'avis, semble-t-il, que le développement de la nouvelle méthode de géométrie analytique est de première importance et qu'elle serait gênée plutôt que facilitée si l'on traitait également les problèmes par les méthodes synthétiques familières

aux étudiants. En Amérique, les élèves de géométrie analytique ont rarement au-dessous de dix-huit ans et souvent au-dessus de vingt, et possèdent une puissance d'attention et de concentration suffisamment bien développée pour poursuivre avantageusement une étude prolongée en se servant uniquement de la géométrie analytique. Il serait intéressant cependant d'examiner si un cours quelconque de géométrie synthétique, par exemple sur les sections coniques, ne pourrait pas être introduit dans les *Colleges* d'Amérique. Actuellement, le programme d'algèbre de la *High school* est continué au *College* par des cours d'algèbre, sur la théorie des équations, etc. mais on n'y trouve pas de suite correspondante pour le programme de géométrie synthétique élémentaire, de sorte que l'étudiant qui, même après avoir étudié passablement de mathématiques, sort du *College* ou de l'université pour enseigner les mathématiques dans une *high school* se rend compte que ses connaissances algébriques se sont accrues lors de son travail de collège, mais qu'il n'en est pas de même pour ses connaissances de géométrie synthétique élémentaire, et il se trouve comme maître à la tête d'une classe en ne possédant du sujet qu'il va enseigner que ce qu'il avait lui-même appris comme élève, dans une classe analogue.

f) *Calcul différentiel et calcul intégral*. — Des tentatives de fusionnement de ces deux sujets, jusqu'à des limites variables, ont été faites en Amérique, mais pas, à ma connaissance, d'une façon décisive. Je présume qu'il en est peu qui favoriseraient le fusionnement le plus étroit possible, c'est-à-dire l'introduction dès le début les trois concepts fondamentaux du Calcul — la dérivée, l'intégrale indéfinie et l'intégrale définie — et en traitant si possible chaque problème pour la première fois en partant de l'un de ces points de vue. Par contre, il en est peu également qui favoriseraient l'autre extrême, c'est-à-dire une étude prolongée et détaillée du calcul différentiel avant même d'introduire les éléments du calcul intégral. Après avoir expérimenté diverses possibilités, je procède actuellement comme suit : tout d'abord, dans le calcul différentiel, différentiation des fonctions usuelles et leurs combinaisons par les opérations usuelles, dérivées successives de quelques fonctions simples de ce genre, représentation graphique de courbes (en se servant de la première et de la seconde dérivée), maxima et minima, développements simples par les formules de Maclaurin et de Taylor avec applications faciles. On continue par une étude simple de l'intégrale indéfinie, puis, par un bref examen de l'intégrale définie. En Amérique, le degré de maturité des élèves qui étudient le calcul différentiel et intégral est tel que cette étude du problème inverse se fait en corrélation suffisamment étroite avec le problème direct pour permettre la complète utilisation de leurs relations mutuelles, alors que leur

esprit n'est pas désorienté par de fréquents abandons et reprises de sujets non terminés, mais est satisfait par une étude plus ou moins complète de chaque sujet. J'ai trouvé que cette distribution était en général plus satisfaisante que mes tentatives de fusionnements plus complets.

(Traduction de M. J.-P. DUMUR, Genève.)

## V. — TROISIÈME SÉANCE

*Mercredi 20 septembre, à 9 h. du matin.*

### ORDRE DU JOUR :

- I. L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles. — Rapport de la Sous-commission B. — Discussion.
- II. Les travaux de la Commission au Congrès de Cambridge.

#### I. — L'enseignement mathématique théorique et pratique destiné aux étudiants en sciences physiques et naturelles.

M. TIMERDING, qui a été chargé par la Sous-commission B de présenter le rapport général concernant cet objet, veut bien faire son exposé en français ; en voici son propre résumé :

Je préciserai d'abord les catégories d'étudiants dont il sera question aujourd'hui. Il s'agira non pas des mathématiciens, des physiciens et des ingénieurs pour lesquels les études mathématiques doivent former le centre et la base de leurs connaissances, mais des étudiants pour lesquels ces études ont en quelque sorte un caractère accessoire. Pour ceux-ci elles ne prennent une certaine importance que pour quelques parties de leurs occupations. Le nombre de ces professions est très grand et il nous paraît utile d'en faire tout d'abord une liste.

Une telle énumération doit tenir compte de l'ordre naturel et des relations mutuelles entre les différentes professions ainsi que de leurs rapports plus ou moins intimes avec les mathématiques. De cette sorte on verra dès le commencement, quels problèmes ces professions offrent à l'enseignement mathématique.

Comme Goethe l'a dit, notre vraie tâche consiste à formuler les problèmes, non à les résoudre. C'est ce que j'essaierai dans notre cas.