II. — Méthode des projections

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1911)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **23.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

(ce qui nécessite que Γ soit une hyperbole), on prendra un plan auxiliaire Π'' coupant Π suivant une droite D' parallèle à une tangente à Γ, et on choisira ce plan de façon que la perspective de Γ sur lui soit une ellipse, en projetant cette ellipse sur Π' on aura la perspective de Γ qui sera bien une conique.

II. — Méthode des projections.

7. — Le théorème I (3e partie) et le théorème correspondant pour la parabole sont un cas particulier du théorème connu :

Les rapports anharmoniques des deux faisceaux de droites ioignant deux points d'une conique à quatre autres points de la conique sont les mêmes, théorème évident pour le cercle et qui s'étend aux coniques par projection (théorème de Dandelin).

En effet, en joignant le point A aux points A, M, M_1, A′, et le point A′ aux mêmes points on aura, en coupant les deux faisceaux obtenus par les tangentes en A′ et A

$$(A, Q, Q_1, \infty) = (\infty, Q', Q'_1, A')$$

d'où

$$\overline{AQ} \cdot \overline{A'Q'} = \overline{AQ_1}\,\overline{A'Q'_1} = C^{te} .$$

Les théorèmes inverses se déduiront comme précédemment [1], mais le théorème sur la perspective d'une conique pourra se démontrer de la façon suivante :

Soit Δ l'intersection du plan Π de la conique Γ avec le plan parallèle à Π' mené par S, et soit τ un point de la droite Δ extérieur à Γ, A et A′ les points de contact des tangentes menées par ce point, M et M′ deux points quelconques de Γ, on a

$$A'(\tau M M' A) = A(A' M M' \tau) .$$

En désignant par A_1, A'_1, M_1, M'_1 les projections de A, A′, M, M′, par Q, Q_1 ; les points d'intersection des droites A'_1M_1,

[1] Le théorème sur le milieu des segments interceptés par une hyperbole et ses asymptotes sur une droite peut se déduire du théorème de Pascal.

$A'_1M'_1$ avec la perspective de $A\tau$, par Q, Q'_1 les intersections de A_1M_1, $A_1M'_1$ avec la perspective de $A'\tau$, on aura comme la perspective de τ est à l'infini

$$\overline{A_1Q} \cdot \overline{A'_1Q'} = \overline{A_1Q_1}\ \overline{A'_1Q'_1} = C^{te}$$

et comme les droites A_1Q_1, $A'_1Q'_1$ sont parallèles, le lieu du point M_1 est une conique.

G. VALIRON (Besançon).

SUR UNE THÉORIE DE LA MESURE

A propos d'un article de M. G. COMBEBIAC.

Dans son étude sur une théorie de la mesure publiée dans l'*Enseignement mathématique* du 15 mars 1910, M. G. COMBEBIAC considère les fonctions $F(x, y)$ possédant les propriétés suivantes :

1° $F(x, y)$ est continue et croissante comme fonction de y, continue et décroissante comme fonction de x; il s'ensuit qu'elle est encore continue comme fonction des deux variables x et y.

2° Les valeurs de $F(x, y)$ et de $F(x, z)$ déterminent la valeur de $F(y, z)$.

En supposant de plus que la fonction $F(x, y)$ possède des dérivées premières continues, M. Combebiac établit qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\Phi \left\{ f(y) - f(x) \right\},$$

où Φ et f sont des fonctions continues, croissant avec leur argument.

Je me propose de démontrer ici, comme M. Combebiac le présume, que ce résultat est indépendant de l'existence des dérivées de $F(x, y)$.

1. — Si nous ne considérons des valeurs de x que celles qui sont comprises dans un certain intervalle i_1, et des valeurs de y que celles qui sont comprises dans un certain intervalle i_2, x est une fonction continue de F et de y, croissante comme fonction de y, décroissante comme fonction de F.