

SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN BELGIQUE

Autor(en): **Rose, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1910)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.05.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-12774>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

la condition d'être infinie, on ne lui impose, au fond, qu'une condition purement négative: *la fonction n'est pas bornée*. En précisant le genre d'infinitude qu'on impose à $f(z)$, la proposition ci-dessus devient applicable. Par exemple, on peut imposer à $f(z)$ la condition de devenir, dans le voisinage de tout point singulier, infinie comme

$$\frac{A}{z - a}$$

pour $z = a$. Dans ce cas on démontre que les intégrales

$$\int_c f(z) dz$$

ne peuvent pas être toutes nulles.

D. POMPEIU (Jassy, Roumanie).

SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES EN BELGIQUE

L'Enseignement mathématique ayant publié, dans le cours de ces derniers temps, plusieurs articles sur l'organisation de l'enseignement mathématique dans divers pays, il m'a paru intéressant de donner également une rapide esquisse de cette question pour la *Belgique*. Je me bornerai toutefois aux *enseignements moyen et supérieur*.

1. — L'enseignement moyen. — Degré inférieur.

L'enseignement moyen comprend lui-même *deux degrés*: le degré inférieur et le degré supérieur.

De nombreuses écoles moyennes de l'Etat sont chargées du *degré inférieur*. « Le législateur, en créant ces écoles moyennes, a eu principalement en vue de fournir aux jeunes gens qui se destinent aux carrières commerciales, industrielles et agricoles d'ordre moyen ou aux arts et métiers, une éducation et une instruc-

tion plus complètes que celles de l'école primaire, mais moins développées que celles des cours d'humanités modernes, avec orientation bien marquée vers les nécessités pratiques de leur situation probable dans l'avenir. Donner une instruction franchement pratique et directement utilisable : voilà la principale mission qu'imposent à ces écoles, aujourd'hui plus que par le passé, les conditions de la vie économique et surtout l'âpre concurrence que font à notre pays ses voisins, sur le terrain commercial, industriel et agricole. » C'est dans ce but également que certains de ces établissements, outre les cours d'intérêt général, ont été dotés de sections spéciales : commerciale, industrielle et agricole. Beaucoup comportent également une section préparatoire dont le programme est le même que celui des écoles primaires. L'enseignement comprend *trois années* ; en ce qui concerne les mathématiques, on consacre à leur étude régulièrement 4, 4, 5 heures par semaine.

L'ÉTUDE DE L'ARITHMÉTIQUE se répartit sur les *trois années*. Elle comprend d'abord une *partie théorique* ayant pour objet les matières suivantes : Numération décimale. — Opérations fondamentales (avec raisonnement) sur les nombres entiers, les fractions, les nombres décimaux. — Principes et caractères de divisibilité élémentaires. — Nombres premiers. — P. g. c. d. et p. p. c. m. par les deux méthodes.

Pour ce qui est de la *partie pratique*, elle se rapporte aux objets ci-après : étude détaillée du système métrique — règle de trois — intérêt simple — tant pour cent et pour mille ; applications : tare, gain, perte — escompte en dehors et en dedans — partages proportionnels et règle de société — moyennes, mélanges et alliages — méthode des parties aliquotes, monnaies étrangères et leur conversion — problèmes variés sur les objets suivants : intérêts composés (usage des tables), échéance moyenne, rentes sur l'Etat, obligations et actions de société, Caisse d'Epargne et de Retraite sous la garantie de l'Etat, notions très sommaires sur les annuités (usage des tables), les assurances et les mutualités. — Carré et racine carrée — cube et racine cubique. Il est recommandé au professeur de choisir des démonstrations simples, mais rigoureuses ; il évitera soigneusement de remplacer par de simples vérifications les véritables démonstrations qui doivent découler des définitions et des principes. Il adoptera la voie de l'induction pour amener les élèves à comprendre les définitions, les principes et les règles, et à les découvrir par eux-mêmes lorsque la matière ne présente pas trop de difficultés. Il procédera donc au moyen d'exemples et passera du concret, du particulier, à l'abstrait et au général. Les exercices du calcul mental, les problèmes et autres exercices d'applications, marcheront constamment de pair avec l'enseignement théorique. Le professeur atta-

chera la plus haute importance aux applications pratiques ; il ne perdra jamais de vue que si le cours d'arithmétique doit être une véritable gymnastique des facultés de jugement et de raisonnement, il importe surtout que ce cours prépare, d'une manière efficace, les élèves à appliquer le calcul aux nombreux usages de la vie, c'est-à-dire aux besoins des arts et métiers, de l'économie domestique, du commerce, de l'industrie, de l'agriculture, etc. Le professeur proposera fréquemment des problèmes dans lesquels interviennent, à côté de données nécessitant l'emploi du calcul chiffré, d'autres données qui conduisent à des exercices de calcul mental présentant des combinaisons ingénieuses et d'heureuses simplifications basées sur des principes d'arithmétique. Les données des problèmes seront prises dans les limites de la réalité et fourniront aux élèves des notions pratiques d'une grande utilité. Il va sans dire que les problèmes dont la solution exigerait d'assez longues explications, scientifiques ou techniques, ne rentrent pas dans le cadre des études de l'école moyenne. »

L'ÉTUDE DE L'ALGÈBRE se répartit sur les *deux dernières années* ; elle se rapporte aux objets ci-après : transformation des égalités — formules générales des problèmes d'intérêt, d'escompte, de société, de mélange — rapports et proportions ; applications — résolution de l'équation du premier degré à une inconnue ; problèmes — opérations fondamentales sur les quantités algébriques — fractions algébriques simples — résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux et plusieurs inconnues ; problèmes — interprétations des valeurs négatives, infinies, indéterminées.

Quant à l'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE, il s'étend aux *trois années* : Définitions et notions préliminaires — divers cas d'égalité des triangles — théorie des perpendiculaires, des obliques et des parallèles ; somme des angles d'un triangle et d'un polygone quelconque — propriétés principales des quadrilatères — propriétés principales du cercle et des figures qui résultent de sa combinaison avec la ligne droite — mesure des angles — problèmes sur les tracés des divers éléments des figures — mesure des surfaces des polygones — carré d'un côté d'un triangle — longueurs proportionnelles — figures semblables — calcul numérique des éléments d'un triangle — problèmes — polygones réguliers — mesures de la circonférence, du cercle, du secteur (d'une manière pratique) — applications — arpentage — description et emploi des instruments : chaîne d'arpenteur, jalons et fiches, équerre d'arpenteur, graphomètre. — Mesure de la superficie des terrains — lever des plans à la chaîne, à l'équerre, au graphomètre, à la planchette et à la boussole — dessin des plans — exercices sur le terrain.

Nivellement : Description et emploi du niveau d'eau, du niveau à bulle d'air, du niveau Lenoir et de la mire — opérations sur le terrain.

Mesure de la surface et du volume des polyèdres et des trois corps ronds (enseignement exclusivement pratique) — applications.

Telle est la matière géométrique étudiée par les élèves au cours de leurs études moyennes.

« La partie théorique du cours comprend essentiellement les propositions de géométrie plane dont on fait de fréquentes applications dans la vie pratique et celles qui servent de bases aux premières. Les questions théoriques pures ont été écartées.

Il ne s'agit pas de procéder, comme à l'école primaire, par voie intuitive, expérimentale; les propositions seront démontrées rigoureusement et solidement enchaînées.

On propose fréquemment aux élèves comme applications, des théorèmes à démontrer, des problèmes généraux à résoudre, des lieux géométriques à trouver. Sans s'interdire absolument ce genre de questions qui aiguisent l'esprit de recherche et font naître le goût des études théoriques, le professeur choisira surtout des exercices d'applications à la vie usuelle, aux arts et métiers, à la mesure des surfaces et des volumes, aux travaux industriels, à l'arpentage, etc. Les problèmes numériques, les constructions graphiques (règle et compas) seront les applications les plus nombreuses.

C'est en associant intimement la théorie et la pratique, c'est en s'efforçant de rendre celle-ci la plus féconde possible que le professeur parviendra à faire du cours de géométrie un puissant moyen d'éducation intellectuelle et une préparation à un grand nombre de professions.

Le professeur aura soin de ne pas employer exclusivement la forme expositive. Il s'efforcera, par une interrogation logiquement conduite, d'associer largement les élèves à son enseignement. La connaissance pratique des formes géométriques, acquise dans les cours primaires, les aidera à saisir la portée des questions du maître, et lorsqu'ils auront pris l'habitude de la réflexion, il leur arrivera fréquemment de trouver le genre de démonstration à appliquer, de déduire du théorème nouvellement étudié les corollaires qu'il comporte, de montrer comment il se lie aux propositions précédemment démontrées. » Comme on le voit par ce rapide aperçu, la Belgique a déjà réalisé depuis quelques années, au moins dans les écoles moyennes, une partie assez notable des réformes préconisées par cette revue.

II. — Enseignement moyen. — Degré supérieur.

L'enseignement moyen du degré supérieur est donné dans les *athénées royaux* et *collèges communaux* d'une part et dans les *collèges libres* d'autre part. Parmi ceux-ci on distingue tout d'abord

quelques institutions laïques des grandes villes qui préparent spécialement les élèves à l'Ecole militaire et aux diverses Facultés. Généralement leurs professeurs, au moins ceux des cours principaux, sont pourvus de diplômes légaux; le programme des études ne s'écarte pas sensiblement de celui des athénées; mais, dans la plupart des cas, on n'y donne aux élèves que les connaissances strictement nécessaires pour l'entrée aux écoles auxquelles ils se destinent.

Les autres établissements libres ont un personnel presque entièrement ecclésiastique. Plusieurs congrégations religieuses possèdent quelques collèges très peuplés où, en général, il y a deux sections sans subdivisions : les humanités anciennes et les humanités modernes. Les autres collèges, dits épiscopaux, ne sont soumis qu'à l'autorité des évêchés; huit d'entre eux seulement subissent l'inspection de l'Etat et de ce fait participent au concours général et ont droit à des subsides. A part ces derniers, tous les établissements suivent, dans ses grandes lignes, le programme des écoles officielles, ce qui leur confère le droit de décerner à leurs élèves le certificat fin d'études exigé pour l'admission aux diverses universités. En général, les professeurs de ces écoles n'ont pas reçu de préparation spéciale; ce sont des prêtres qui enseignent la branche pour laquelle ils ont le plus d'aptitude et qui ont reçu au séminaire des notions de pédagogie et de méthodologie. Les études littéraires y sont très développées et très soignées; pour ce qui est des études scientifiques, on y apportait moins de soin jadis. Mais, dans ces dernières années, de sérieux efforts ont été faits, pour les relever et ils ont été couronnés de succès. Certains collèges se sont adjoints des spécialistes civils; de plus, beaucoup de jeunes prêtres vont compléter leurs études à l'Université catholique de Louvain.

L'enseignement officiel se répartit entre vingt athénées royaux, et neuf collèges communaux. Ces derniers ne diffèrent en rien des autres établissements officiels quant au programme et au recrutement de leur personnel; ils sont soumis à l'inspection de l'Etat, jouissent de subsides financiers et participent au concours général. Mais leurs professeurs sont nommés par les administrations communales des villes où ils sont établis, tandis que ceux des athénées sont nommés par le Roi. Nul ne peut être admis à ces fonctions s'il n'est porteur d'un diplôme de docteur en philosophie et lettres (classique, romane, germanique ou historique), en sciences naturelles, en sciences commerciales, en sciences physiques et mathématiques.

Les *athénées royaux* sont divisés en deux sections : les *humanités anciennes* et les *humanités modernes* ou section professionnelle. Chacune de ces deux sections comprend sept classes ou années d'études.

Les *humanités anciennes* comprennent : 1° la section des humanités grecques-latines conduisant aux doctorats en droit, en médecine, en pharmacie, en philosophie et lettres, en sciences naturelles; 2° la section des humanités latines conduisant au notariat, au doctorat en sciences mathématiques, aux écoles techniques et à l'Ecole militaire. L'étude du grec y est remplacée par une étude plus approfondie des mathématiques et des sciences naturelles.

Les *humanités modernes* comprennent : 1° La section commerciale et industrielle préparant les élèves aux diverses administrations, au commerce, à la banque, à l'industrie, aux écoles commerciales supérieures; 2° la section scientifique conduisant à l'Ecole militaire, aux facultés techniques, au doctorat en sciences mathématiques. Les quatre classes inférieures des humanités modernes sont communes aux deux sections; la division ne commence qu'en troisième.

Comme on le voit, cette distribution en sections correspond à peu près à celle des lycées français. En ce qui concerne les langues modernes, une seule est obligatoire dans la section des humanités anciennes : le flamand (car le pays est bilingue); deux dans la section scientifique : le flamand et l'allemand; trois dans la section commerciale : le flamand, l'allemand et l'anglais. Dans les collèges libres il n'existe que les deux grandes sections sans subdivisions. Le baccalauréat est remplacé par un certificat fin d'études délivré aux élèves qui ont obtenu la moyenne générale en rhétorique; ce certificat leur permet l'entrée, sans examen, aux diverses universités.

En ce qui concerne plus particulièrement l'enseignement mathématique, voici par classe et par section le programme suivi :

« HUMANITÉS GRECQUES-LATINES. »

SEPTIÈME. — Exposition de la numération décimale des nombres entiers. Addition et soustraction raisonnées. Définitions et règles (sans démonstration) de la multiplication et de la division des nombres entiers. Petits problèmes sur les nombres entiers. Caractères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 6, 9 et 11 (sans démonstration). Fractions ordinaires, transformations qui n'altèrent pas la valeur d'une fraction. Simplification et réduction au même dénominateur. Définition et règles (sans démonstration) des opérations fondamentales sur les fractions. Problèmes faciles. Nombres décimaux. Numération. Règles (sans démonstration) des opérations fondamentales sur les nombres décimaux. Première étude du système métrique. Applications (3 h.).

SIXIÈME. — Démonstration des règles relatives à la multiplication des nombres entiers; à la multiplication et à la division des fractions ordinaires et des nombres décimaux (en mettant ceux-ci

sous forme de fractions ordinaires). Le sens et les règles des opérations seront expliqués d'abord au moyen de problèmes concrets. Démonstration des caractères de divisibilité par 2, 4, 5, 8, 3, 9. Problèmes sur l'intérêt simple, l'escompte commercial, les mélanges et les alliages. Règle de trois. Etude détaillée du système métrique (3 h. par semaine).

CINQUIÈME. — Interversion des facteurs d'un produit. Conséquences de ce principe. Changements qu'éprouvent le quotient et le reste d'une division quand le dividende et le diviseur ou l'un d'eux sont rendus un certain nombre de fois plus grands ou plus petits. Division par un produit de facteurs. Démonstration du caractère de divisibilité par 11. Preuves par 9 et par 11 de la multiplication et de la division. Problèmes sur l'intérêt simple, sur les deux escomptes, sur la rente, la tare, les mélanges, les alliages, l'échéance commune, règle de société (applications du tant pour 100 ou pour 1000). Théorie des fractions généralisées. Formules générales relatives aux problèmes d'intérêt, de mélanges. Rapports et proportions (préliminaires). Calcul des surfaces et des volumes (cas les plus simples). Calcul du poids d'un corps (3 h.).

QUATRIÈME. — *Arithmétique*. Démonstration de la règle de division des nombres entiers. Recherche du p. g. c. d. de deux nombres par divisions successives. Un nombre qui divise un produit de deux facteurs et qui est premier avec l'un d'eux divise l'autre facteur. Conséquences de ce principe. Un nombre n'est décomposable qu'en un produit de facteurs premiers. Recherche des diviseurs d'un nombre. Recherche du p. g. c. d. et du p. p. c. m. par décomposition en facteurs premiers.

Algèbre. Transformation des égalités. Etude complète des proportions. Partages proportionnels. Equations. Résolution d'équations et de problèmes numériques du 1^{er} degré à une inconnue, problèmes littéraux. On choisira notamment les problèmes sur l'intérêt, les alliages; on tirera de la formule fondamentale la valeur de l'une quelconque des quantités qui y entrent et on exercera les élèves à formuler l'énoncé des problèmes dont cette valeur est la solution.

Géométrie. Le premier livre. Construction, à l'aide de la règle et du compas, de figures d'après des données numériques (3 h.).

TROISIÈME. — *Algèbre*. Résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux et à plusieurs inconnues. Résolution de quelques problèmes généraux assez simples. Applications des formules à des exemples numériques. Interprétation des valeurs négatives, indéterminées, infinies. Cette partie du programme est destinée à préparer les élèves au calcul algébrique et à leur faire comprendre la généralité des résultats.

Calcul algébrique. Opérations fondamentales. Carré et cube d'un binôme. Divisibilité d'un polynôme entier en x par $x - a$;

application à la division de $x^m \pm a^m$ par $x \pm a$; forme du quotient. Fractions algébriques : opérations, simplifications des fractions dans les cas les plus simples.

Géométrie. Propriétés du cercle et des figures qui résultent de sa combinaison avec la ligne droite. Mesure des angles.

Problèmes : tracé des perpendiculaires, des parallèles; construction des triangles et des circonférences d'après les conditions indiquées. Evaluation des aires planes. Lignes proportionnelles. Figures semblables, propriétés des sécantes, détermination des éléments d'un triangle (hauteurs, médianes, rayons des cercles inscrit et circonscrit), surface en fonction des côtés; applications numériques. Problèmes sur les longueurs proportionnelles, les figures semblables et équivalentes; construction d'un rectangle connaissant la surface et la somme ou la différence des côtés; partage d'une droite en moyenne et extrême raison. — Arpentage : mesure et division des terrains (faire quelques épures soignées avec règle et compas). (3 h.)

SECONDE. — *Algèbre.* Carré et racine carrée des nombres et des polynômes. Calcul des radicaux du second degré. Résolution de l'équation du second degré; propriétés des racines; décomposition du trinôme du second degré en facteurs. Discussion de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$. Equation bicarrée, résolution et discussion. Transformation de

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$$

Problèmes du second degré. Résolution de quelques systèmes faciles d'équations d'un degré supérieur à plusieurs inconnues. Maximum d'un produit de deux facteurs ayant une somme constante. Minimum de la somme de deux facteurs ayant un produit constant (s'appuyer sur $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$); applications. Progressions arithmétiques et géométriques; insertion de moyens proportionnels; somme des termes. Théorie des logarithmes définis par deux progressions; usage des tables; caractéristiques négatives. Intérêts composés et annuités.

Géométrie. Revision du 3^{me} Livre de Legendre. Polygones réguliers. Mesures du cercle et de la circonférence. Détermination de π (méthode des isopérimètres). — Dans l'espace : droites et plans, parallèles, perpendiculaires; mesure de l'angle dièdre, égalité des trièdres.

Trigonométrie. Définitions des lignes trigonométriques; formules relatives au triangle rectangle. Usage des tables, calculs numériques, applications. (3 h.)

RHÉTORIQUE. — *Algèbre.* Progressions, logarithmes, intérêts composés, annuités, emprunts, rentes viagères.

Géométrie. Revision du 5^{me} livre. Propriétés fondamentales du

prisme, de la pyramide, mesures des volumes et des surfaces de ces corps et des troncs de prisme et de pyramide.

Sphère. Sections planes, plans tangents, intersection de deux sphères, pôle d'un cercle tracé sur la sphère; triangle sphérique, sa mesure. — Surfaces et volumes du cylindre, du cône, du cône tronqué, de la sphère.

Trigonométrie. Formules fondamentales, résolution des triangles quelconques; exercices numériques. Applications topographiques faciles : graphomètre, niveau. (3 h.)

HUMANITÉS MODERNES.

SEPTIÈME et SIXIÈME. — Même programme que pour les mêmes classes des humanités anciennes. (Chacune 3 h.)

CINQUIÈME. — *Arithmétique.* Revision de la numération. Démonstration des opérations fondamentales sur les nombres entiers (moins la division), sur les fractions ordinaires, les nombres décimaux (en mettant ceux-ci sous forme de fractions ordinaires). Théorie des fractions généralisée. Principes et caractères de divisibilité des nombres. Proportions. Applications nombreuses aux questions d'intérêt simple, d'escompte, de société, de mélange; formules générales relatives à la résolution de ces problèmes. Applications numériques.

Algèbre. Transformation des égalités. Résolution de l'équation du 1^{er} degré à une inconnue. Résolution de problèmes numériques et littéraux. Application des formules trouvées à des exemples numériques (en particulier intérêt, escompte, mélanges et alliages).

Géométrie. Définitions et notions préliminaires. Égalité des triangles. Théorie des perpendiculaires, des obliques, des parallèles; somme des angles d'un triangle et d'un polygone quelconque. Quadrilatère. Applications; constructions avec données numériques au moyen de la règle et du compas. (4 h.)

QUATRIÈME. — *Arithmétique.* Revision des principes et caractères de divisibilité. Théorie du p.g.c.d. par divisions successives. Décomposition des nombres en facteurs premiers. Recherche de tous les diviseurs d'un nombre, du p.g.c.d. et du p.p.c.m. de plusieurs nombres. Détermination du p.p.c.m. à l'aide du p.g.c.d. Démonstration de la règle de division des nombres entiers.

Algèbre. Résolution des systèmes d'équations du 1^{er} degré à deux et à plusieurs inconnues. Résolution de problèmes généraux. Application des formules à des exemples numériques. Interprétation des valeurs négatives, infinies, indéterminées. Opérations fondamentales sur les quantités algébriques; carré et cube d'un binôme. Divisibilité d'un polynôme entier en x par $x - a$; application à la division de $x^m \pm a^m$ par $x \pm a$. Forme du quotient.

Fractions algébriques : opérations et simplification. Carré et racine carrée des nombres et des polynômes algébriques. Calcul des radicaux du second degré. Résolution de l'équation du second degré. Problèmes.

Géométrie. Revision du cours précédent. Propriétés principales du cercle et des figures qui résultent de sa combinaison avec la ligne droite. Mesure des angles. Problèmes. Mesures des aires planes. Relations entre les éléments d'un triangle. Longueurs proportionnelles. Figures semblables. Calcul numérique des éléments des triangles. Problèmes. (4 h.)

TROISIÈME. — *Section scientifique.* Revision du cours de quatrième.

Arithmétique. Théorie générale de la divisibilité des nombres, du p. g. c. d. Théorie des nombres premiers. Théorèmes de Fermat et de Wilson. Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales et réciproquement. Approximations numériques. Principales mesures anciennes en usage dans le pays. Principales mesures étrangères; leur réduction en mesures décimales. Opérations sur les nombres complexes. Racine cubique.

Algèbre. Discussion des systèmes d'équations générales du premier degré à une et deux inconnues. Discussion complète de l'équation générale du second degré. Equations réductibles au second degré. Réduction des expressions de la forme

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} \ , \quad \sqrt{a + b\sqrt{-1}} \ .$$

Propriétés des trinômes du second degré. Questions de maximum dépendant du trinôme du second degré. Progressions; problèmes. Théorie des logarithmes par les progressions. Usage des tables. Application aux questions d'intérêts composés et aux annuités.

Géométrie. Polygones réguliers. Mesure du cercle. Détermination de π . Problèmes. Notions sur la théorie des transversales.

Trigonométrie rectiligne. Relations entre les lignes trigonométriques. Arcs multiples qui correspondent à une ligne trigonométrique donnée. Formules fondamentales. Discussion et transformation de ces formules. Construction et usage des tables trigonométriques. Résolution des triangles. Calculs numériques. Application des formules à la résolution de divers problèmes.

Arpentage. Nivellement. Lever des plans à l'équerre, au graphomètre et à la planchette. (6 h.)

Section commerciale et industrielle. Revision de ce qui a été vu en quatrième en algèbre et géométrie.

Algèbre. Propriétés des racines de l'équation du second degré. Discussion des racines. Résolution de quelques systèmes symétriques d'équations tels que $x + y = a$, $xy = b$; $x^2 + y^2 = a$, $xy = b$; $x^2 + y^2 = a$, $x + y = b$. Notions sommaires sur les

exposants fractionnaires et négatifs. Progressions; insertion de moyens entre deux nombres donnés, somme des termes. Logarithmes définis par deux progressions. Logarithmes d'un produit, d'un quotient, d'une puissance, d'une racine. Logarithmes à base 10: propriétés spéciales, logarithmes à caractéristique négative; usage des tables.

Opérations financières à long terme. Intérêts composés, taux équivalents, taux proportionnels. Escompte. Relations entre l'escompte et l'intérêt. Intérêts anticipés. Échéance commune. Échéance moyenne. Annuités constantes et certaines. Problèmes fondamentaux. Valeur actuelle. Annuité anticipée. Annuité différée. Perpétuité. Nombreux exemples numériques. Usage des tables d'intérêt composé.

Géométrie. Polygones réguliers; généralités. Inscrire à une circonférence les polygones réguliers de 4, 6, 8, 10, 5 côtés; calculer le côté, l'apothème et la surface en fonction du rayon. Longueur de la circonférence et aire du cercle; aire du secteur circulaire.

Arpentage. Lever des plans à l'équerre, à la planchette, au graphomètre, à la boussole. Nivellement. Exercices sur le terrain.

SECONDE. — *Section scientifique.* Revision du cours de troisième avec de nombreuses applications.

Arithmétique. Théorie des différents systèmes de numération, des opérations fondamentales sur les nombres entiers dans un système quelconque. Caractère de divisibilité par un diviseur de $B^n + 1$. Méthodes abrégées pour effectuer la multiplication, la division, l'extraction de la racine carrée.

Algèbre. Emploi des coefficients indéterminés. Application de la méthode des coefficients indéterminés à la théorie de la division, à la recherche de la racine d'un polynôme, à la recherche des relations qui doivent exister entre les coefficients d'une expression algébrique pour qu'elle satisfasse à certaines conditions; à la résolution des équations du premier degré. Maximum d'un produit $x^m y^n$ quand $ax + by$ est constant. Maximum ou minimum d'une fonction du second degré à deux variables. Fractions continues; propriétés des réduites, fractions continues périodiques. Analyse indéterminée du premier degré. Théorie des arrangements, permutations, combinaisons avec et sans répétition. Binôme de Newton. Formation des puissances d'un polynôme, etc. Puissances et racines des monômes, supérieures à celles du second degré. Calcul des radicaux, exposants fractionnaires ou négatifs, équations exponentielles. Théorie des logarithmes par l'équation exponentielle. Concordance des deux définitions, module. Logarithmes népériens.

Géométrie plane. Divisions et faisceaux harmoniques et anharmoniques. Pôles et polaires. Théorèmes de Pascal et de Brianchon pour le cercle. Nombreux exercices sur la géométrie.

Géométrie dans l'espace. Du plan et des lignes droites considérées dans l'espace. Mesure de l'angle dièdre, propriétés principales de l'angle solide, trièdres supplémentaires. Propriétés principales des polyèdres, leur volume et leur surface convexe. Théorie de la similitude et de la symétrie : plans, axes et centres de symétrie. Triangles sphériques. Propriétés principales du cylindre, du cône, de la sphère ; surface convexe et volume de ces corps et des segments. Polyèdres réguliers. (6 h.)

Section commerciale et industrielle. Revision du cours de troisième. — *Algèbre.* Nombre de permutations de n lettres. Nombre des arrangements et nombre des combinaisons simples de m lettres n à n . Formule du binôme de Newton pour un exposant entier positif (avec démonstration) et pour un exposant fractionnaire ou négatif (sans démonstration). Opérations financières à long terme. Problèmes généraux relatifs aux emprunts remboursables par annuités constantes. Théorie de l'amortissement de ces emprunts et rentes sur l'Etat. Caisse d'amortissement. Système ordinaire de l'amortissement progressif.

Géométrie. Théorie des plans ; droites perpendiculaires, obliques parallèles à des plans ; plans parallèles ; angles dièdres ; plans perpendiculaires ; angles trièdres et leurs propriétés (sauf trièdres supplémentaires) ; somme des faces d'un angle solide convexe. Prismes, parallépipède ; propriétés, volume. Pyramide : section parallèle à la base, volume. Volume du tronc de pyramide et du tronc de prisme triangulaire. Exercices numériques sur le calcul des volumes. Polyèdres semblables : définition, rapport des surfaces et rapport des volumes (sans démonstration). Description sommaire des polyèdres réguliers convexes.

Trigonométrie. Principales formules de la géométrie non étudiées en troisième. Relations fondamentales entre les éléments des triangles rectilignes quelconques ; résolution de ces triangles. Applications numériques et topographiques. (3 h.)

RHÉTORIQUE. — Section scientifique. Revision approfondie des théories principales de l'arithmétique, de l'algèbre et de la trigonométrie avec de nouvelles applications de ces théories. Théorie élémentaire des déterminants à deux et trois lignes. Définitions. Déterminants de divers ordres, théorèmes et propriétés élémentaires du calcul des déterminants. Application à la résolution d'un système de n équations du premier degré.

Trigonométrie sphérique. Les formules relatives aux triangles. Résolution des triangles déterminés par des côtés et des angles donnés et quelques autres cas plus simples. Excès sphérique. Rayons sphériques des cercles inscrits et circonscrits. Distance de deux points sur la sphère terrestre. Réduction d'un angle à l'horizon. Volume du parallépipède et du tétraèdre en fonction des arêtes et des angles. Exercices.

Géométrie analytique. Principes de l'homogénéité. Construction des expressions algébriques. Problèmes déterminés. Coordonnées rectilignes, leurs transformations, coordonnées polaires. Diverses formes de l'équation de la droite, intersection de deux droites, angles de deux droites, équations des bissectrices des angles de deux droites. Construction et discussion des équations du second degré à deux variables. Invariant et discriminant. Théorie générale des tangentes, du centre, des diamètres, des axes, des asymptotes, des foyers, des pôles et polaires. Simplification de l'équation générale du deuxième degré à deux variables. Formes particulières de l'équation lorsque la courbe est assujettie à certaines conditions. Notations abrégées. Propriétés particulières des courbes du second degré, démonstrations analytiques et géométriques. Construction et discussion des lieux géométriques représentés par des équations en coordonnées polaires. Problèmes. Sections du cône. Théorèmes généraux sur les coniques. Intersection et similitude de deux coniques.

Géométrie descriptive. Notions préliminaires. Théorèmes et problèmes relatifs au point, à la ligne droite et au plan. Rabattements et rotations dans les cas les plus simples. Polyèdres les plus simples; sections et développement. (8 h.)

Section industrielle et commerciale. Revision du cours de seconde. — *Algèbre.* Opérations financières à long terme. Emprunts par obligations. Tableaux d'amortissement et formules relatives à ces emprunts. Complications dans le service des titres. Emprunts avec lots. Emissions publiques d'obligations. Amortissement des emprunts dont le service est fait par annuités variant en progression. Opérations viagères sur une seule tête. Symboles de commutation et usage des tables numériques pour le calcul des primes. Notation universelle.

Géométrie. La sphère et les figures qui y sont tracées, sauf la théorie des triangles polaires. Surfaces et volumes du cylindre, du cône et du tronc de cône de révolution. Surface de la sphère et de la zone sphérique. Volume de la sphère. Exercices numériques. (2 h.)

Pour la section des humanités latines, le programme est le même que pour la section scientifique.

A signaler tout particulièrement l'étude détaillée des principales questions d'algèbre financière, des opérations viagères, d'assurances et de rentes dans un pays essentiellement industriel, où les questions de mutualité et de retraite sont à l'ordre du jour et se développent avec une rapidité remarquable. Pour les élèves de la rhétorique, des humanités anciennes surtout, l'attrait est d'autant plus grand que la plupart d'entre eux, au moins les magistrats et les avocats, devront s'occuper ultérieurement de ces questions. Mais l'intérêt est bien plus attachant encore pour les élèves de la

section commerciale, au moment où les Belges, guidés par leur Roi, dirigent leurs regards vers la mer, et où la nation vient d'être dotée d'une magnifique colonie, le Congo belge, dont on peut tirer le plus grand espoir pour l'avenir. Aussi, cette section, désertée jadis, se peuple de plus en plus et beaucoup de nos jeunes gens renoncent aux études techniques, pour suivre les cours des nombreuses sections commerciales supérieures. Sous peu, grâce à l'initiative d'un souverain éclairé et tenace, notre pays sera doté d'une école coloniale mondiale.

La réforme des études dans cette section est toute récente ; elle date de 1904 ; on peut attendre de son auteur, M. Klompers, actuellement directeur général de l'enseignement moyen, d'autres réformes non moins importantes. Sous l'impulsion de M. Klompers encore et de M. Ploumen, inspecteur de l'enseignement scientifique, l'étude des mathématiques dans la section scientifique a pris dans ces dernières années une autre direction et s'inspire des idées modernes. Les méthodes actuelles se rapprochent, quant au fond, des procédés en usage dans les lycées français ; les questions du concours général ont quelques analogies avec celles du baccalauréat et de l'Ecole Centrale. Les représentations graphiques s'allient aux discussions minutieuses dans des questions où interviennent les diverses matières étudiées et la théorie de l'équation du second degré, toujours si neuve dans ses multiples applications, est mise largement à contribution. Du reste, les professeurs ont soin de donner à l'interprétation du programme son extension la plus large, et la longue énumération ci-dessus ne peut donner qu'une idée assez vague de son étendue. L'étude de la géométrie gagnerait certainement beaucoup à puiser aux mêmes sources, en s'inspirant des principes modernes, et il n'est pas douteux qu'avec de tels promoteurs cette réforme ne devienne bientôt un fait accompli. D'ailleurs, dans beaucoup d'athénées, on enseigne déjà les éléments de la théorie de l'homothétie, de l'inversion, des formes projectives et perspectives, de l'involution, de la géométrie des triangles, des imaginaires, etc.

D'un autre côté, une commission spéciale, ayant à sa tête M. Mansion, professeur à l'Université de Gand, est chargée d'élaborer un nouveau plan d'études ; on attend avec impatience les résultats de ses délibérations. L'année dernière, le corps professoral a été consulté au sujet de l'opportunité de l'introduction des éléments de la théorie des dérivées dans l'enseignement moyen ; cette idée a été favorablement accueillie par la grande majorité du personnel, et on peut espérer sa prochaine réalisation. De plus, M. Mansion et plusieurs de ses disciples sont partisans de la création d'une rhétorique supérieure qui, pour les mathématiques, serait analogue à l'année de mathématiques spéciales des lycées français, et qui permettrait de donner à l'enseignement universi-

taire une ampleur beaucoup plus grande que celle que lui confère sa situation actuelle.

Comme on le voit, l'enseignement belge n'aura bientôt plus rien à envier à celui des autres nations, du moins au point de vue mathématique; dans certains domaines même, notre pays a devancé les autres peuples en réalisant des réformes importantes. Singulière coïncidence! C'est au moment où, grâce aux efforts persévérants de quelques hommes de valeur et sous l'égide de l'*Enseignement mathématique*, le monde savant est saisi d'un projet d'entente internationale à ce sujet, que l'on voit chaque pays réaliser dans sa sphère d'action quelques-unes des réformes préconisées. Et je salue l'aurore du jour tout proche où, sur le terrain mathématique, l'enseignement ne connaîtra plus de frontières, chaque pays conservant son caractère distinctif, mais puisant aux mêmes sources vivifiantes les idées directrices et les principes généraux. Et si à cela on pouvait ajouter un idiome mathématique unique par l'emploi d'une langue scientifique universelle, judicieusement choisie, quel beau rêve on aurait réalisé! Mais ce n'est qu'un rêve! L'avenir se chargera peut-être de son exécution?

III. — Enseignement supérieur.

L'enseignement supérieur est confié aux *Universités* de Gand, Liège, Bruxelles et Louvain. Les deux dernières sont des établissements libres, l'une catholique, l'autre libérale; les deux autres sont des établissements de l'Etat. Le programme est le même pour les quatre Universités, et elles ont le droit de conférer des diplômes légaux. Elles comprennent quatre facultés: philosophie et lettres, droit, médecine, sciences; à cette dernière sont rattachées les écoles spéciales ou faculté technique. Nul ne peut suivre les cours d'une faculté s'il ne présente le certificat fin d'études délivré par l'un des établissements d'instruction moyenne dont il a été question ci-dessus ou s'il ne subit, devant la faculté, un examen équivalent. Toutefois, les élèves des écoles spéciales doivent subir un examen portant sur le programme des trois années de la section scientifique et le certificat mentionné ne peut les en dispenser. Chacune des Universités de l'Etat a une faculté technique ayant un caractère spécial; à Gand, c'est l'école du génie civil (ponts et chaussées), à Liège, l'école des Mines et l'Institut électrotechnique Montefiore. Toutes deux ont en outre une section des Arts et Manufactures délivrant des diplômes d'ingénieur-mécanicien, ingénieur-chimiste, ingénieur industriel. Les deux autres Universités délivrent des diplômes analogues et possèdent les deux genres d'études.

En ce qui concerne le *doctorat en sciences physiques et mathé-*

matiques, qui nous intéresse plus particulièrement, son programme se répartit sur *quatre années*:

Candidature. Première épreuve : Géométrie analytique plane et de l'espace. Géométrie descriptive. Algèbre supérieure et éléments de la théorie des déterminants. Calcul différentiel et calcul intégral (1^{re} partie). Statique analytique. Physique expérimentale. Travaux pratiques de physique.

Deuxième épreuve : Logique, psychologie, philosophie morale. Géométrie projective. Calcul intégral (2^{me} partie), éléments du calcul des variations et des différences. Cinématique pure. Astronomie physique. Éléments de chimie minérale. Cristallographie et travaux pratiques.

Doctorat. Première épreuve : Analyse supérieure. Dynamique. Physique mathématique générale. Astronomie sphérique et éléments d'astronomie mathématique. Éléments du calcul des probabilités avec théorie des moindres carrés.

Deuxième épreuve : Méthodologie mathématique et éléments de l'histoire des sciences physiques et mathématiques. Une épreuve approfondie sur les matières comprises dans *l'un des cinq groupes suivants* au choix du candidat : A. Analyse supérieure. B. Géométrie supérieure. C. Compléments de mécanique analytique et mécanique céleste. D. Astronomie mathématique et géodésie. E. Physique expérimentale et physique mathématique.

Ces candidats doivent présenter et défendre publiquement une dissertation, manuscrite ou imprimée, sur une ou plusieurs questions se rapportant au groupe de matières choisi pour l'examen approfondi. Les aspirants qui se destinent à l'enseignement moyen devront faire deux leçons publiques, l'une sur les mathématiques, l'autre sur la physique expérimentale. Les sujets de ces leçons sont désignés d'avance par le jury et choisis dans le programme des athénées.

Les deux épreuves de la candidature *d'ingénieur* (grade légal) comportent le même programme que celui de la candidature en sciences physiques et mathématiques, sauf la logique, psychologie et morale, la géométrie projective et la cristallographie ; mais il y figure en plus : la géométrie descriptive appliquée (coupe des pierres), la chimie organique, la graphostatique et la dynamique. Les trois autres épreuves se rapportent à des matières d'ordre technique.

Ce qui est à remarquer dans le programme de doctorat, c'est l'introduction des éléments de l'histoire des mathématiques et de la méthodologie mathématique. Et dans ce dernier cours, à l'Université de Gand du moins, on traite une foule de questions non développées dans les autres cours : les éléments de l'arithmétique supérieure, la géométrie non euclidienne, etc. Mais, d'un autre côté, pas de séminaires comme dans les Universités allemandes ; les

élèves sont saturés de théorie, mais de pratique point ou presque pas. Cela tient beaucoup à ce que les cours de la candidature sont les mêmes que ceux des candidats ingénieurs ; de plus, le nombre restreint d'athénées exigeant peu de professeurs, la faculté mathématique ne compte que très peu d'élèves. De même, la spécialisation ne se produit en réalité que la dernière année ; les futurs docteurs ont donc très peu de matériaux pour la rédaction de leur thèse ; c'est ce qui explique le petit nombre de thèses remarquables écrites par les jeunes professeurs belges. Sans doute, ils ont les éléments pour produire ultérieurement ; mais, beaucoup sollicités par leurs fonctions absorbantes, éloignés des centres universitaires dans des milieux peu favorables à leur développement scientifique, se voient faute de loisirs et de moyens, obligés d'abandonner des études parfois si heureusement commencées. La création d'une rhétorique supérieure, préconisée par M. Mansion, remédierait à cet état de choses ; en débarrassant la candidature de certains cours, on pourrait donner aux autres branches plus d'ampleur et les études du doctorat pourraient être plus étendues et plus approfondies. Encore une fois, j'ai la plus entière confiance dans la réalisation prochaine de ces réformes. On aura bientôt le plaisir de les voir porter leurs fruits.

J'espère que ce rapide aperçu permettra au lecteur de se former une idée de l'enseignement mathématique belge. Pour être complet, il y aurait lieu de citer encore l'Ecole des Mines de Mons, qui fournit à la riche et industrielle province de Hainaut un grand nombre d'ingénieurs distingués. C'est une école provinciale subventionnée par le haut commerce et la grande industrie. Mentionnons, pour mémoire, le magnifique essor qu'a pris dans ces dernières années l'enseignement professionnel donné aux ouvriers dans de nombreuses écoles industrielles du dimanche. Nos braves travailleurs y complètent leur instruction technique et fournissent à notre industrie d'excellents ouvriers et chefs d'atelier. C'est un spectacle réellement édifiant que de voir ces figures mâles et énergiques sacrifier une bonne partie de leurs loisirs hebdomadaires et ces mains calleuses délaissier les grossiers outils pour le tire-lignes du dessinateur. N'est-ce pas là l'explication de la renommée universelle dont jouissent l'industrie et le commerce de ma patrie ?

J. ROSE (Chimay).
