propos d'un article de M. Laisant sur les Propriétés d'un système de deux triangles ou de deux tétraèdres.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **20.09.2024**

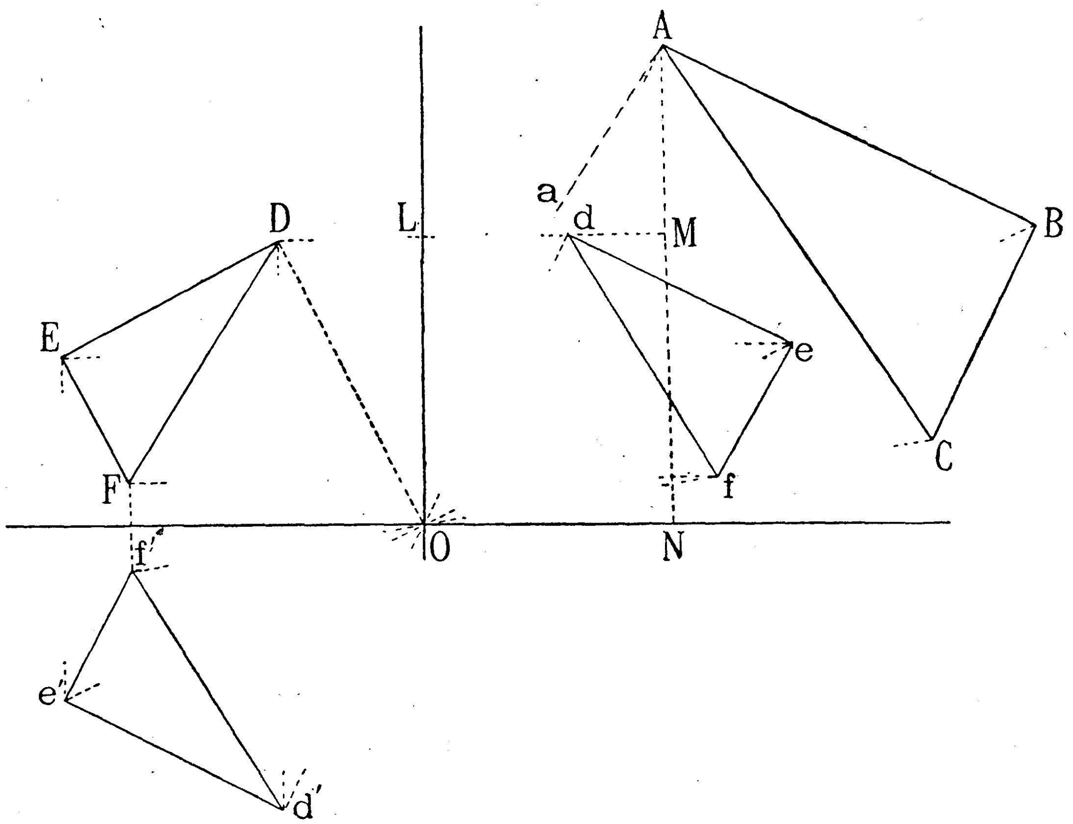
S_2' et S_2''; le point où se coupent ces droites est la seconde trace S_2 de la droite cherchée, tandis que la première est le point qui correspond à S_2 en Ω^{-1}; ayant de la sorte les traces de la droite cherchée, les projections s'ensuivent immédiatement.

30 juillet 1908.

A propos d'un article de M. Laisant sur les Propriétés d'un système de deux triangles ou de deux tétraèdres.

Les élégantes propriétés étudiées par M. LAISANT dans l'*Enseign. Math.* du 15 janvier 1908, me suggèrent le problème ci-après :

Etant donnés deux triangles ABC, DEF symétriquement semblables, ayant m : n *comme rapport de similitude, trouver le centre et les axes de similitude.*



Menez Aa parallèle à DF et la bissectrice AMN de l'angle aAC. Menez DM perpendiculaire à AMN. Prenez sur DM un point L tel que LM : DL $= m : n$ et sur AMN un point N tel que

$$\mathrm{NA} : \mathrm{NM} = m : n\ .$$

Complétez le rectangle LMNO. O sera le centre et OL, ON les axes de similitude.

En effet,

$$\mathrm{DL} : \mathrm{LO} = \mathrm{ON} : \mathrm{NA}\ ;$$

donc

$$\widehat{DOL} = \widehat{NAO} = \widehat{AOL} ,$$

par suite d est le symétrique de D par rapport à OL.

Menez df symétrique de DF. Comme OL est parallèle à la bissectrice des directions DF et AC, df sera parallèle à AC et

$$df : AC = m : n = MN : AN = Od : OA .$$

Par suite Ofc est une ligne droite.

A remarquer que ON est un second axe.

W. Gallatly (Londres).

A propos d'un article de M. A. Pleskot sur la droite de Simson.

Les propositions établies par M. Pleskot dans son article sur une « généralisation du Théorème sur la droite de Simson » (*Ens. math.*, n° de mai 1908, p. 207-211) peuvent se rattacher d'une façon très simple au théorème classique de M. Aubert (*Nouvelles Annales*, 3me série, t. VIII) :

Si deux triangles A B C, abc inscrits dans une conique sont homologiques, et si l'on prend un point D sur la conique, les points de concours α, β, γ des droites BC et Da, CA et Db, AB et Dc sont situés sur une même droite L passant par le centre d'homologie O.

On trouvera une démonstration de ce théorème dans le Traité de géométrie de Rouché et Comberousse, t. II, p. 455. La proposition réciproque est également vraie, c'est-à-dire que *si les points α, β, γ sont en ligne droite, les triangles A B C, a b c sont homologiques.*

Voici une démonstration simple de cette propriété, qui n'avait peut-être pas été remarquée :

Soient M et N les points d'intersection de la conique et de la droite L, qui est supposée couper en a, b, c, les côtés de ABC. Du point C projetons la ponctuelle ($a_1 b_1 c_1$ M N) ; déterminons les intersections du faisceau projetant avec la conique ; projetons-les du point c_1 ; recoupons par la conique le faisceau ainsi obtenu. Nous formerons ainsi la ponctuelle du second degré (ABCNM) projective à ($a_1 b_1 c_1$MN). D'autre part, cette dernière ponctuelle projetée du point D donne (abcMN) projective à chacune des deux précédentes.

Les ponctuelles du second degré(ABC), (abc), dans lesquelles se correspondent doublement les éléments M et N, sont donc en involution. Par conséquent les droites Aa, Bb, Cc sont concourantes, ce qui démontre le théorème proposé.

Si, après avoir constaté l'homologie des triangles ABC, abc, on applique le théorème direct de M. Aubert, on voit que, S étant un