III. — Géométrie.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **25.09.2024**

à découvrir les lois les plus simples de l'hydrostatique, etc. La quantité de connaissances acquises dans ce cours n'est peut-être pas très grande, mais il n'y a pas de doute sur le fait que ce cours donne un aperçu pratique et vulgarisateur des mathématiques et qu'il satisfait au besoin de coordination entre le cerveau, les yeux et les mains, besoin que bien des maîtres pensent être inhérents à la nature des jeunes Anglais.

III. — **Géométrie.**

16. — GÉOMÉTRIE PLANE. Les changements les plus remarquables ont été effectués dans l'enseignement de la Géométrie. Il y a 5 ans les Universités et la plupart des corps examinateurs exigeaient la suite des propositions d'Euclide. Les preuves mêmes d'Euclide n'étaient pas demandées ; mais aucune preuve n'était acceptée si elle violait la suite logique d'Euclide.

Cette restriction était depuis longtemps gênante et il semblait possible de perfectionner la suite d'Euclide. La restriction consacrait et fixait un mode d'enseignement sans vie. Un maître capable avait les mains liées. Il n'y avait pas de place pour l'originalité ou la nouveauté dans la manière de présenter les choses ; on enseignait sans doute beaucoup de bonnes choses, mais la plupart des maîtres se contentaient de développer la mémoire plutôt que la véritable compréhension des démonstrations. Ils considéraient les exercices ou les « déductions » comme au dessus des forces des jeunes gens.

Les constructions étaient très rarement faites avec de vrais instruments. La plus grande partie des jeunes gens n'étaient pas familiarisés avec les notions sur lesquelles ils étaient censés raisonner ; par exemple, il arrivait fréquemment de trouver un élève ayant lu tout le livre II d'Euclide (aire des rectangles) sans faire la distinction entre rectangle et angle droit (right angle).

17. — Le parti réformateur maintenait qu'une perception plus vivante des formes et des propriétés des figures géométriques était nécessaire avant que ces propriétés puissent être exposées logiquement avec profit. Il appréciait tout autant que les conservateurs l'éducation logique que peut fournir la Géométrie, mais il arguait que si la logique doit être plus qu'un mot, il faut premièrement être familiarisé avec le sujet.

Prenons comme exemple le théorème de Pythagore relatif aux carrés des côtés d'un triangle rectangle. L'ancienne méthode d'enseignement consistait à dire : Voici donc un fait remarquable. Nous voulons vous montrer qu'il est possible de partir des principes les plus simples, d'employer des arguments qui convaincront les plus ignorants et d'arriver finalement à ce résultat étonnant.

Les adeptes de la nouvelle école, tout en admettant la nécessité et la valeur du moyen ci-dessus, maintenaient qu'il faut davantage. Il est, disaient-ils, non seulement nécessaire d'intéresser et de conquérir par la force de la logique pure, mais aussi d'inculquer l'art d'appliquer l'œuvre de la logique à de nouvelles conquêtes. Dans le cas du théorème de Pythagore le besoin d'une preuve logique ne se fait pas sentir jusqu'à ce que l'élève ait été convaincu par d'autres moyens que les faits sont bien tels qu'ils ont été énoncés. Il devra mesurer les côtés et calculer les carrés, il devra vérifier l'équivalence en découpant et superposant (et peut-être en pesant). De plus les faits ne devront pas être énoncés crûment comme une chose à vérifier. Ils devront plutôt être présentés de telle façon que l'élève ait l'occasion de penser par lui-même et d'anticiper ainsi les résultats. De toute façon il devra être encouragé à diriger plutôt qu'à suivre.

18. — La Géométrie était considérée comme étant un sujet propre à l'expérience. Pour expérimenter en Géométrie, un enfant doit apprendre à dessiner et mesurer avec une exactitude suffisante. Il peut faire aussi d'autres essais, par exemple en coupant et pliant du papier, en employant du papier quadrillé, du papier transparent, de la ficelle, des blocs de bois, etc. Mais il peut difficilement aller bien loin sans une habitude suffisante des instruments servant à dessiner. Il devra donc, en vue de ces exercices, avoir une règle graduée, un rapporteur (pour mesurer les angles), un compas, une équerre (pour dessiner les perpendiculaires et les parallèles).

Ces instruments lui seront utiles pour une autre raison encore. Un problème de construction n'a pas de signification s'il n'est pas spécifié quels sont les instruments autorisés. Le problème consistant à diviser un angle donné en 3 parties est possible s'il est permis de se servir d'une règle sur laquelle une longueur donnée peut être marquée. Mais le problème est impossible avec les instruments admis par Euclide. Les problèmes de construction ne peuvent donc être entrepris intelligemment sans que l'élève comprenne ces restrictions concernant les instruments et il est peu probable qu'il les comprenne à moins d'avoir manié et s'être servi des instruments autorisés.

De plus, l'usage des instruments géométriques satisfait les besoins d'activité physique de l'enfant. Il réfléchira mieux si ses doigts sont occupés. Des idées lui seront suggérées par l'action de dessiner des figures. Son attitude devient active au lieu de passive.

19. — De pareils arguments ont été employés pour justifier l'usage des instruments dans les écoles. On n'oublia naturellement pas que dans bien des professions le dessin géométrique à une valeur utilitaire, par exemple pour les ingénieurs, l'architecture, la navigation et les travaux militaires. Sous l'ancien système l'enseignement du dessin géométrique avait été séparé de l'étude

théorique de la Géométrie au détriment des deux études. Il était fréquemment enseigné comme une branche des beaux-arts plutôt que comme une branche des mathématiques. Il en résultait un respect exagéré pour le fini artistique et le lavis et, ce qui était plus grave, c'est que le dessin géométrique ne consistait qu'en une vaste collection de règles spéciales et sans relation entre elles; la valeur éducative du sujet était nulle.

20. — Les maîtres demandaient un système d'enseignement géométrique plus libre et plus expérimental, pensant qu'une familiarisation plus grande avec la Géométrie augmenterait sa valeur comme moyen d'éducation logique. D'un autre côté les ingénieurs et les autres critiques s'inquiétaient peu de l'éducation logique, mais désiraient vivement que leurs élèves eussent quelques connaissances géométriques, ce qui n'était évidemment pas le cas avec le système alors en vigueur.

21. — Quoique issu de points de vue différents le besoin d'un changement défini était trop pressant et unanime pour qu'on pût y résister. Les universités revisèrent leurs programmes d'examens. L'université de Cambridge donna le ton de la réforme : 1° en exigeant l'usage des instruments; 2° en acceptant toute preuve d'un théorème qui « paraîtrait aux examinateurs comme faisant partie d'un raisonnement systématique. » Elle publia une liste modeste de théorèmes et constructions qui devaient être considérés comme fondamentaux. Cette liste supprimait du traité d'Euclide quelques-unes des propositions les moins utiles et les moins intéressantes. Le second livre d'Euclide (aire des rectangles) fut reconnu inapte au raisonnement logique formel, des propositions principales furent introduites comme une « illustration géométrique des identités algébriques. »

Un pas important fut fait par l'introduction de « preuves seulement applicables à des grandeurs commensurables. » Le raisonnement d'Euclide pour les proportions est rigoureux et comprend toutes les grandeurs commensurables ou incommensurables. Il est du plus grand intérêt pour un étudiant avancé et pourrait convenablement figurer dans un cours d'université, bien qu'une méthode plus moderne dans l'usage des incommensurables serait sans doute préférable. Mais la théorie d'Euclide était une pierre d'achoppement pour les commençants, et la façon dont elle était généralement enseignée dans les écoles anglaises était incompréhensible, le livre V étant toujours supprimé. L'université décida que la théorie des figures semblables pouvait être étudiée dans les écoles sans s'attaquer prématurément à la théorie beaucoup plus difficile des incommensurables.

Des constructions hypothétiques furent permises; par exemple pour prouver l'égalité des angles adjacents à la base d'un triangle isocèle, on considéra comme légitime d'employer la bissectrice de l'angle au sommet, alors même que la construction de cette bissectrice par la règle et le compas n'avait pas encore été donnée et prouvée à ce moment. On admet de fait le théorème d'existence qu'un angle a une bissectrice. Le choix d'une méthode particulière pour tracer la bissectrice n'est pas considéré comme faisant partie de la discussion.

22. — Le changement de règlement donna libre cours à une grande quantité d'énergie latente. Tous les enthousiastes sentirent qu'ils pouvaient enseigner la Géométrie à leur façon. Il parut un grand nombre de manuels représentant toutes les nuances d'opinion. Comme on pouvait s'y attendre, bien des nouveaux développements furent extravagants et n'eurent pas de durée. Il y eut pendant un temps une tendance à surenchérir sur le côté pratique et expérimental. Mais on comprit vite que cela ôterait toute consistance au sujet. Il doit y avoir un certain élément de sérieux dans toute branche d'étude et au point de vue de l'éducation générale la Géométrie vivra ou tombera suivant son influence sur l'éducation logique. Les plus usités des nouveaux manuels ne différèrent pas de celui d'Euclide dans leur manière d'exposer et de réunir les théorèmes. Quant à la partie expérimentale certains livres la restreignirent à une introduction, tandis que d'autres préférèrent développer les expériences et la théorie simultanément. Dans tous les cas les constructions devaient être faites avec des instruments ; on eut largement recours aux données numériques et à des exemples variés. En ce qui concerne la succession des théorèmes aucun système qui puisse être appelé révolutionnaire n'a obtenu la faveur générale; il n'y a pas eu de séparation radicale avec la tradition euclidienne. Les divers auteurs diffèrent d'Euclide : 1° Par un nouvel arrangement des premiers théorèmes soit dans l'ordre suivant : angles en un point, lignes parallèles, angles des triangles et polygones, triangles semblables. 2° Par les théorèmes relatifs à l'aire des triangles, parallélogrammes et polygones présentés plutôt sous l'aspect de règles de mesure que de théorèmes géométriques.

23. — Quant à l'effet de tous ces changements sur l'éducation, il est peut-être trop tôt encore pour conclure. Nous sommes encore dans la période transitoire. Sans doute les jeunes gens trouvent la Géométrie beaucoup plus intéressante qu'autrefois. Ils ont plus d'habileté pour résoudre les exercices et ne la considèrent plus comme une entreprise sans but. Ils sont capables de mieux *voir* un dessin géométrique. Ils ont acquis de l'assurance et peuvent être facilement poussés à entreprendre de petites recherches pour eux-mêmes; ils font par exemple des levés de plans, etc., et inventent des modèles mécaniques pour illustrer divers points.

D'autre part on peut donner beaucoup moins de temps à écrire des raisonnements formels et il y a quelque raison de penser que les jeunes gens ont perdu quelque chose de leur facilité à exprimer le raisonnement géométrique en mots. C'est un déficit qui se corrigera avec le temps et il vaut peut-être tout autant que le langage euclidien type fasse place à une expression plus individuelle, même au prix d'une diminution dans la précision de l'expression. Il paraissait un moment à craindre que les vérifications expérimentales ne fussent prises comme des preuves, mais la distinction a été si souvent répétée que probablement ce reproche ne peut plus être fait aux nouvelles méthodes.

24. — Géométrie a trois dimensions. La place de cette branche dans les écoles n'est pas encore satisfaisante. Elle ne fait pas encore partie de la Géométrie demandée dans les examens préliminaires d'Oxford et de Cambridge, ce qui ne veut pas dire qu'il serait avantageux de la comprendre dans ces programmes.

Quand un jeune homme a parcouru le cours élémentaire de Géométrie plane, il est censé avoir reçu une éducation suffisante dans les méthodes logiques, pour autant que celle-ci peut être donnée par des études de Géométrie. S'il s'attaque à la Géométrie à trois dimensions (géométrie des solides), son but principal doit être d'acquérir la faculté de réaliser mentalement les relations des figures dans l'espace ; il doit apprendre à « penser dans l'espace.» Parmi les jeunes gens qui étudiaient le livre XI d'Euclide bien peu arrivaient à acquérir cette faculté ; c'est pourquoi on ne peut guère regretter que ce livre ne soit, pour ainsi dire, pas lu dans les écoles.

Pendant des années, des tentatives furent faites par le Département des Sciences et des Arts (maintenant fondu avec le *Board of Education*), pour encourager l'étude de la Géométrie des solides. Des examens publics furent établis pour la Géométrie appelée « Géométrie descriptive [1], » par exemple : La représentation des solides au moyen du plan et de l'élévation et des projections perspectives. Les mêmes jurés examinaient le dessin géométrique dans le plan, et le système d'examen avait malheureusement fini par réduire les deux études à un simple amoncellement de procédés spéciaux, souvent enseignés par des maîtres qui n'avaient pas reçu d'instruction mathématique. Les tentatives échouèrent. L'effet sur les écoles publiques fut nul, ces écoles ne se servant pas des examens du Département.

25. — Un cours satisfaisant de Géométrie à trois dimensions devrait comprendre :

(1) La détermination des surfaces et volumes des solides élémentaires.

(2) La discussion des relations des points, des lignes et des

[1] C'est la « Géométrie descriptive » de Monge, qu'il ne faut pas confondre avec la Géométrie projective ou non métrique de Chasles et d'autres auteurs.

plans dans l'espace. Ceci sans s'attacher à la forme devrait être comparativement simple et illustré par toute sorte de moyens tels que des modèles en carton ou en fil, des vues stéréoscopiques, des ossatures de solides, etc., et être intercalé incidemment dans le cours de Géométrie plane ; par exemple, quand on expose les lignes parallèles et perpendiculaires dans le plan il serait avantageux de discuter les lignes et les plans parallèles et perpendiculaires dans l'espace. En réalité, la première étude de la Géométrie ne devrait-elle pas commencer par s'occuper de solides concrets, pour passer ensuite à des abstractions comme le point et la ligne ?

(3) Un cours des constructions réellement fondamentales en Géométrie descriptive. Probablement que si ce cours était donné intelligemment il ferait plus que tout autre pour développer la faculté de voir dans l'espace.

Il n'existe aucun cours accepté ou donné comme exemple qui réponde à ces conditions. Les maîtres de mathématiques formés par l'enseignement universitaire ignorent généralement absolument la Géométrie descriptive. Ce reproche disparaîtra graduellement, puisque la Géométrie descriptive est exigée dans les nouveaux cours pour l'obtention de grades à Cambridge ; en attendant il faut espérer que ce sujet fera peu à peu son chemin dans les écoles publiques.

IV. — Algèbre.

26.— La réforme dans l'enseignement de la Géométrie fut accompagnée d'une certaine activité en ce qui concerne l'Algèbre. Bien des maîtres et des examinateurs trouvaient que l'enseignement avait donné une trop grande importance aux exercices pratiques au détriment de l'étude intelligente du pourquoi et des causes. On employait certainement beaucoup de temps à résoudre de longues séries d'exercices gradués sur les facteurs, les équations, les fractions, etc. Il y eut une sorte de rébellion contre cette coutume, et les maîtres essayèrent de faciliter le travail en introduisant relativement de bonne heure des graphiques, des tables de logarithmes et d'autres choses intéressantes.

Tout ceci eut un effet stimulant. C'est une révélation pour un élève d'apprendre qu'une fonction d'une variable peut être associée à une courbe ; qu'il peut résoudre des équations, extraire des racines, etc., par des méthodes graphiques.

Comme toujours la réforme alla trop loin. Certains maîtres et certains manuels ne se contentèrent pas de considérer en passant les graphiques, si suggestifs pour un garçon de 13 ans, ils développèrent le sujet jusqu'à empiéter prématurément sur la Géométrie analytique. Il y eut une certaine tendance à abandonner les