R. Bonola. — **Die nichteuklidische Geometrie.** Historisch-kritische Darstellung ihrer Entwicklung. Deutsche Ausgabe von H. Liebmann. (Collection *Wissenschaft und Hypothese*). — 1 vol. cart. in-16, 244 p.; 5 M.; B. G. Teubner, Leipzig.

Nous avons déjà eu l'occasion de signaler cette nouvelle collection que la maison Teubner publie sous le titre de *Wissenschaft und Hypothese* et dont les deux premiers volumes sont formés par la traduction des deux ouvrages bien connus de M. H. Poincaré : *Science et hypothèse*, et *la Valeur de la science.*

Ce nouveau volume rentre bien dans le but de la collection qui est de présenter au monde savant les diverses branches scientifiques dans l'évolution de leurs principes fondamentaux. Il contient un exposé bien ordonné du développement historique et systématique de la Géométrie non-euclidienne. L'auteur montre d'abord comment le postulat des parallèles a été envisagé par les géomètres grecs, puis chez les Arabes et pendant la Renaissance; il fait une étude critique des essais de démonstrations qui ont été données. Passant ensuite aux précurseurs de la Géométrie non-euclidienne, il donne un aperçu rapide des travaux de Saccheri, J.-H. Lambert, de Wolfg. Bolyai et de F. L. Wachter. Puis viennent les fondateurs Lobatschefsky et Jean Bolyai, dont il analyse les principaux travaux.

L'étude des développements ultérieurs amène l'auteur à distinguer deux directions : I, *la direction métrique différentielle,* dans laquelle on fait intervenir la Géométrie sur une surface et les idées de Riemann, Helmholtz, Lie, Betrami, etc.; II, *la direction projective;* subordination de la Géométrie métrique à la Géométrie projective; la Géométrie lobatschefskienne dans le plan euclidien; la Géomtrie ellptique de Riemann dans l'espace euclidien; les fondements de la Géométrie en partant des concepts graphiques; l'indémontrabilité du postulat d'Euclide.

L'Ouvrage se termine par trois Notes ayant pour objets I, les parallèles et la surface de Clifford; II, les principes fondamentaux de la statique et le postulat d'Euclide; III, les constructions non-euclidiennes des parallèles.

Comme le montre cette rapide énumération, M. Bonola aborde les principaux problèmes de la Géométrie non-euclidienne. Par ses nombreuses et importantes recherches dans ce domaine, il était particulièrement qualifié pour présenter cette étude critique. Il a le grand mérite d'avoir su éviter tout développement inutile dans un exposé de ce genre, suivant le but de la collection. Son livre constitue un excellent ouvrage d'initiation pour tous ceux qui désirent s'orienter dans cette branche de la Géométrie. L'édition allemande a été rédigée avec beaucoup de soin par un mathématicien qui a lui-même apporté d'intéressantes contributions à la Géométrie non-euclidienne.

H. F.

M. Fr. Daniëls. — **Essai de Géométrie sphérique en coordonnées projectives.** — 1 vol. in-8°, 280 p.; Librairie de l'Université, Fribourg (Suisse).

Si l'on prend pour coordonnées homogènes d'un point quelconque d'une sphère, les composantes $x_1$, $x_2$, $x_3$, suivant trois directions fixes, du rayon aboutissant à ce point, les grands cercles de la sphère, qui jouent en Géométrie sphérique le rôle de « lignes droites », sont représentés par des équations linéaires ; on a donc ainsi, pour la sphère, un système de coordonnées projectives. On obtient encore un système de telles coordonnées en divisant chacune des quantités précédentes par un nombre constant $\mu_i$ $(i = 1, 2, 3)$.

Tel est le système de coordonnées qu'emploie M. Daniëls pour établir la Géométrie sphérique et, comme cas limite, la Géométrie plane. La généralité de la méthode, bien loin d'être une cause de complication, prête un caractère de grande simplicité aux démonstrations, qui sont remarquablement directes et sobres. C'est ainsi que sont établies les propriétés projectives sphériques, telles que celles qui ont les mêmes énoncés que les théorèmes de Carnot, de Pappus et de Desargues, ainsi que la théorie du rapport anharmonique, de l'involution, de la collinéation et de la corrélation sphériques.

Quant à l'idée métrique, elle est représentée par une expression quadratique des coordonnées. Cette expression varie avec le système de coordonnées pris pour référence ; mais, comme les propriétés métriques sont indépendantes des valeurs des coefficients, la généralité et la simplicité des démonstrations ne sont pas atteintes. Signalons à ce propos — M. Daniëls n'en fait pas la remarque — que, en raison de cette indépendance, l'ouvrage se trouve contenir une théorie de toutes les métriques sphériques et non pas seulement de la métrique ordinaire.

Les courbes sphériques du second ordre ou coniques sphériques et les faisceaux de ces courbes font l'objet d'une étude approfondie et très complète.

Ajoutons qu'un emploi judicieux de la notation vectorielle contribue à la condensation de l'exposition.

G. Combebiac (Bourges).

P. Duhem. — **Les origines de la Statique.** — Deux volumes, gr. in-8°; prix 20 fr.; librairie Hermann, Paris.

On sait la difficulté des recherches historiques, les surprises des textes et la traîtrise des documents qui se contredisent mutuellement, laissant le chercheur dans l'incertitude la plus complète à propos d'un nom, d'un lieu, d'un livre ou d'une époque.

L'obscurité des sources, les emprunts des plagiaires, les oublis de l'Histoire autant que les dévastations du Temps, déforment les faits et rompent l'enchainement des idées. C'est au critique à posséder l'érudition qui mettra à sa portée le matériel d'étude, et la sagacité qui lui permettra de s'orienter et de se retrouver dans le dédale de ses notes.

*Les origines de la Statique* de M. P. Duhem forment un ouvrage remarquable à deux points de vue, l'ampleur du sujet et la clairvoyance de l'auteur ; d'une part, une quantité énorme de documents à déchiffrer, d'autre part, une coordination à établir entre tous ces matériaux.

Il a fallu connaître les ouvrages de plus de deux cents auteurs, dont beaucoup manuscrits, disséminés dans les bibliothèques d'Europe, quelques-uns inédits bouleversant les idées reçues jusqu'alors, d'autres, truqués impudemment par un faussaire voulant accaparer la science de son temps aux yeux de la postérité; d'autres encore obscurcis par des copistes ignares, envahis par les gloses des commentateurs et qu'on a dû reconstituer et mettre au point, avant de pouvoir les utiliser.

Cependant un principe unique a guidé l'auteur à travers son étude ; d'un bout à l'autre, l'histoire de la Statiqne est traversée par la continuité et l'enchainement des idées. Mais laissons parler M. P. Duhem.

« La Science, en sa marche progressive ne connaît pas les brusques