Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **10 (1908)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **28.03.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

L'INVENTION MATHÉMATIQUE [1]

PAR

Henri POINCARÉ

Membre de l'Académie des sciences et de l'Académie française.

La genèse de l'invention mathématique est un problème qui doit inspirer le plus vif intérêt au psychologue. C'est l'acte dans lequel l'esprit humain semble le moins emprunter au monde extérieur, où il n'agit ou ne paraît agir que par lui-même et sur lui-même, de sorte qu'en étudiant le processus de la pensée géométrique, c'est ce qu'il y a de plus essentiel dans l'esprit humain que nous pouvons espérer atteindre.

On l'a compris depuis longtemps, et, il y a quelques mois, une revue intitulée l'*Enseignement mathématique,* et dirigée par MM. Laisant et Fehr, a entrepris une enquête sur les habitudes d'esprit et les méthodes de travail des différents mathématiciens [2]. J'avais arrêté les principaux traits de ma conférence quand les résultats de cette enquête ont été publiés ; je n'ai donc guère pu les utiliser. Je me bornerai à dire que la majorité des témoignages confirment mes conclusions ; je ne dis pas l'unanimité, car, quand on consulte le suffrage universel, on ne peut se flatter de réunir l'unanimité.

I

Un premier fait doit nous étonner, ou plutôt devrait nous étonner, si nous n'y étions si habitués. Comment se fait-il qu'il y ait des gens qui ne comprennent pas les Mathéma-

[1] Conférence faite à Paris, à l'*Institut général psychologique,* le 23 mai 1908 ; reproduite avec l'autorisation de l'auteur. *(Réd.)*

[2] Voir les résultats dans les tomes VII (1905) à X (1908) ; l'ensemble des articles contenant les résultats de l'enquête forme un volume de 126 p., Paris-Genève, 1908. *(Réd.)*

tiques ? Si les Mathématiques n'invoquent que les règles de la Logique, celles qui sont acceptées par tous les esprits bien faits, si leur évidence est fondée sur des principes qui sont communs à tous les hommes et que nul ne saurait nier sans être fou, comment se fait-il qu'il y ait tant de personnes qui y soient totalement réfractaires ?

Que tout le monde ne soit pas capable d'invention, cela n'a rien de mystérieux. Que tout le monde ne puisse retenir une démonstration qu'il a apprise autrefois, passe encore. Mais que tout le monde ne puisse pas comprendre un raisonnement mathématique au moment où on le lui expose, voilà qui paraît bien surprenant quand on y réfléchit. Et pourtant ceux qui ne peuvent suivre ce raisonnement qu'avec peine sont en majorité ; cela est incontestable, et l'expérience des maîtres de l'enseignement secondaire ne me contredira certes pas.

Et il y a plus ; comment l'erreur est-elle possible en Mathématiques ? Une intelligence saine ne doit pas commettre de faute de logique, et cependant il y a des esprits très fins, qui ne broncheront pas dans un raisonnement court tel que ceux que l'on a à faire dans les actes ordinaires de la vie, et qui sont incapables de suivre ou de répéter sans erreur les démonstrations des Mathématiques qui sont plus longues, mais qui ne sont, après tout, qu'une accumulation de petits raisonnements tout à fait analogues à ceux qu'ils font si facilement. Est-il nécessaire d'ajouter que les bons mathématiciens eux-mêmes ne sont pas infaillibles ?

La réponse me semble s'imposer. Imaginons une longue série de syllogismes, et que les conclusions des premiers servent de prémisses aux suivants ; nous serons capables de saisir chacun de ces syllogismes, et ce n'est pas dans le passage des prémisses à la conclusion que nous risquons de nous tromper. Mais, entre le moment où nous rencontrons pour la première fois une proposition, comme conclusion d'un syllogisme, et celui où nous la retrouvons comme prémisse d'un autre syllogisme, il se sera écoulé parfois beaucoup de temps, on aura déroulé de nombreux anneaux de la chaîne ; il peut donc arriver qu'on l'ait oubliée, ou, ce qui

est plus grave, qu'on en ait oublié le sens. Il peut donc se faire qu'on la remplace par une proposition un peu différente, ou que, tout en conservant le même énoncé, on lui attribue un sens un peu différent, et c'est ainsi qu'on est exposé à l'erreur.

Souvent le mathématicien doit se servir d'une règle : naturellement il a commencé par démontrer cette règle ; au moment où cette démonstration était toute fraîche dans son souvenir, il en comprenait parfaitement le sens et la portée, et il ne risquait pas de l'altérer. Mais ensuite il l'a confiée à sa mémoire et il ne l'applique plus que d'une façon mécanique ; alors, si la mémoire lui fait défaut, il peut l'appliquer tout de travers. C'est ainsi, pour prendre un exemple simple et presque vulgaire, que nous faisons quelquefois des fautes de calcul parce que nous avons oublié notre table de multiplication.

A ce compte, l'aptitude spéciale aux Mathématiques ne serait due qu'à une mémoire très sûre, ou bien à une force d'attention prodigieuse. Ce serait une qualité analogue à celle du joueur de whist, qui retient les cartes tombées ; ou bien, pour nous élever d'un degré, à celle du joueur d'échecs, qui peut envisager un nombre très grand de combinaisons et les garder dans sa mémoire. Tout bon mathématicien devrait être en même temps bon joueur d'échecs, et inversement ; il devrait être également un bon calculateur numérique. Certes, cela arrive quelquefois : ainsi Gauss était à la fois un géomètre de génie et un calculateur très précoce et très sûr.

Mais il y a des exceptions, ou plutôt je me trompe ; je ne puis pas appeler cela des exceptions, sans quoi les exceptions seraient plus nombreuses que les cas conformes à la règle. C'est Gauss, au contraire, qui était une exception. Quant à moi, je suis obligé de l'avouer, je suis absolument incapable de faire une addition sans faute. Je serais également un fort mauvais joueur d'échecs ; je calculerais bien qu'en jouant de telle façon, je m'expose à tel danger ; je passerais en revue beaucoup d'autres coups que je rejetterais pour d'autres raisons, et je finirais par jouer le coup d'abord examiné, ayant oublié dans l'intervalle le danger que j'avais prévu.

En un mot, ma mémoire n'est pas mauvaise, mais elle serait insuffisante pour faire de moi un bon joueur d'échecs. Pourquoi donc ne me fait-elle pas défaut dans un raisonnement mathématique difficile, où la plupart des joueurs d'échecs se perdraient ? C'est évidemment parce qu'elle est guidée par la marche générale du raisonnement. Une démonstration mathématique n'est pas une simple juxtaposition de syllogismes : ce sont des syllogismes *placés dans un certain ordre,* et l'ordre dans lequel ces éléments sont placés est beaucoup plus important que ne le sont ces éléments eux-mêmes. Si j'ai le sentiment, l'intuition, pour ainsi dire, de cet ordre, de façon à apercevoir d'un coup d'œil l'ensemble du raisonnement, je ne dois plus craindre d'oublier l'un des éléments ; chacun d'eux viendra se placer de lui-même dans le cadre qui lui est préparé, et sans que j'aie à faire aucun effort de mémoire.

Il me semble alors, en répétant un raisonnement appris, que j'aurais pu l'inventer ; ou plutôt, même si cela est une illusion, si je ne suis pas assez fort pour créer par moi-même, je le réinvente moi-même, à mesure que je le répète.

On conçoit que ce sentiment, cette intuition de l'ordre mathématique, qui nous fait deviner des harmonies et des relations cachées, ne puisse appartenir à tout le monde. Les uns ne posséderont ni ce sentiment délicat et difficile à définir, ni une force de mémoire et d'attention au-dessus de l'ordinaire, et alors ils seront absolument incapables de comprendre les Mathématiques un peu élevées ; c'est le plus grand nombre. D'autres n'auront ce sentiment qu'à un faible degré, mais ils seront doués d'une mémoire peu commune et d'une grande capacité d'attention. Ils apprendront par cœur les détails les uns après les autres ; ils pourront comprendre les Mathématiques et quelquefois les appliquer, mais ils seront hors d'état de créer. Les autres, enfin, posséderont à un plus ou moins haut degré l'intuition spéciale dont je viens de parler, et alors non seulement ils pourront comprendre les Mathématiques, quand même leur mémoire n'aurait rien d'extraordinaire, mais ils pourront devenir créateurs et chercher à inventer avec plus ou moins de suc-

cès, suivant que cette intuition est chez eux plus ou moins développée.

Qu'est-ce, en effet, que l'invention mathématique ? Elle ne consiste pas à faire de nouvelles combinaisons avec des êtres mathématiques déjà connus. Cela, n'importe qui pourrait le faire ; mais les combinaisons que l'on pourrait faire ainsi seraient en nombre fini, et le plus grand nombre est absolument dépourvu d'intérêt. Inventer, cela consiste précisément à ne pas construire les combinaisons inutiles et à construire celles qui sont utiles et qui ne sont qu'une infime minorité. Inventer, c'est discerner, c'est choisir.

Comment doit se faire ce choix, je l'ai expliqué ailleurs ; les faits mathématiques dignes d'être étudiés, ce sont ceux qui, par leur analogie avec d'autres faits, sont susceptibles de nous conduire à la connaissance d'une loi mathématique, de la même façon que les faits expérimentaux nous conduisent à la connaissance d'une loi physique. Ce sont ceux qui nous révèlent des parentés insoupçonnées entre d'autres faits, connus depuis longtemps, mais qu'on croyait à tort étrangers les uns aux autres.

Parmi les combinaisons que l'on choisira, les plus fécondes seront souvent celles qui sont formées d'éléments empruntés à des domaines très éloignés. Je ne veux pas dire qu'il suffise pour inventer de rapprocher des objets aussi disparates que possible ; la plupart des combinaisons qu'on formerait ainsi seraient entièrement stériles ; mais quelques-unes d'entre elles, bien rares, sont les plus fécondes de toutes.

Inventer, je l'ai dit, c'est choisir ; mais le mot n'est peut-être pas tout à fait juste. Il fait penser à un acheteur à qui l'on présente un grand nombre d'échantillons, qui les examine l'un après l'autre de façon à faire son choix. Ici les échantillons seraient tellement nombreux qu'une vie entière ne suffirait pas pour les examiner. Ce n'est pas ainsi que les choses se passent. Les combinaisons stériles ne se présenteront même pas à l'esprit de l'inventeur. Dans le champ de sa conscience n'apparaîtront jamais que les combinaisons réellement utiles, et quelques autres qu'il rejettera, mais qui participent un peu des caractères de combinaisons utiles.

Tout se passe comme si l'inventeur était un examinateur du deuxième degré, qui n'aurait plus à interroger que les candidats déclarés admissibles après une première épreuve.

II

Mais ce que j'ai dit jusqu'ici, c'est ce qu'on peut observer ou inférer en lisant les écrits des géomètres, à la condition de faire cette lecture avec quelque réflexion.

Il est temps de pénétrer plus avant et de voir ce qui se passe dans l'âme même du mathématicien. Pour cela, je crois que ce que j'ai de mieux à faire, c'est de rappeler des souvenirs personnels. Seulement, je vais me circonscrire et vous raconter seulement comment j'ai écrit mon premier Mémoire sur les fonctions fuchsiennes. Je vous demande pardon, je vais employer quelques expressions techniques ; mais elles ne doivent pas vous effrayer, vous n'avez aucun besoin de les comprendre. Je dirai, par exemple : J'ai trouvé la démonstration de tel théorème dans telles circonstances ; ce théorème aura un nom barbare, que beaucoup d'entre vous ne connaîtront pas, mais cela n'a aucune importance ; ce qui est intéressant pour le psychologue, ce n'est pas le théorème, ce sont les circonstances.

Depuis quinze jours, je m'efforçais de démontrer qu'il ne pouvait exister aucune fonction analogue à ce que j'ai appelé depuis les fonctions fuchsiennes ; j'étais alors fort ignorant ; tous les jours je m'asseyais à ma table de travail, j'y passais une heure ou deux, j'essayais un grand nombre de combinaisons et je n'arrivais à aucun résultat. Un soir, je pris du café noir contrairement à mon habitude ; je ne pus m'endormir ; les idées surgissaient en foule ; je les sentais comme se heurter, jusqu'à ce que deux d'entre elles s'accrochassent pour ainsi dire pour former une combinaison stable. Le matin, j'avais établi l'existence d'une classe de fonctions fuchsiennes, celles qui dérivent de la série hypergéométrique ; je n'eus plus qu'à rédiger les résultats, ce qui ne me prit que quelques heures.